1. Einleitung

Im Rahmen der Thermodynamik werden physikalische und chemische Vorgänge untersucht, bei denen mechanische Arbeiten und Wärmewirkungen auftreten. Der Einfluß der von außen zu- oder abgeführten Arbeit sowie der zu- oder abgeführten Wärme wird berechnet und in thermodynamischen Systemen dargestellt. Die auftretenden Probleme können dann prinzipiell mit der allgemeinen Gasgleichung und dem 1. und 2. Hauptsatz der Thermodynamik gelöst werden.

In der Thermodynamik wird also der Einfluß der von Außen zu- oder abgeführten Wärme auf ein thermodynamisches System untersucht. Innerhalb dieser Betrachtungen ist es nicht erforderlich, den Vorgang der Wärmeübertragung selbst zu berücksichtigen.

Um jedoch die komplexen praktischen Probleme zu durchdringen, ist es notwendig, die Gesetzmäßigkeiten des Wärmetransportes zu beachten.

Wärmeübertragungsvorgänge sind in vielen Lebensbereichen von großer Bedeutung: Z.B. Beheizung oder Kühlung von Feststoffen, Flüssigkeiten oder Gasen in ruhendem oder fluidem Zustand, Wärmeabgabe oder Wärmeaufnahme von lebenden Organismen etc.

Da es sich bei den Vorgängen des Wärmetransportes um überlagerte Probleme handelt, ist es sinnvoll, systematische Lösungen zu suchen und eine Differenzierung nach übergeordneten Gesichtspunkten durchzuführen.

Wärmetransportvorgänge werden nach folgenden Kriterien eingeteilt:

Wärmeleitung

Konvektion

Strahlung

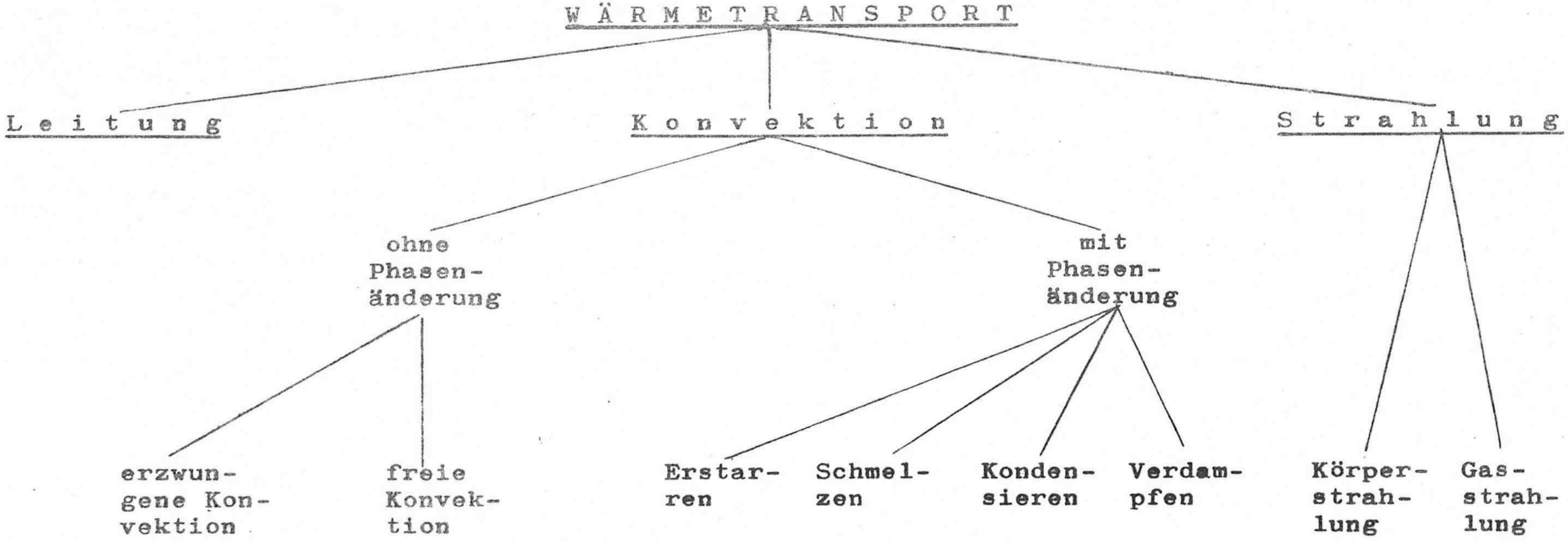


Abb:1 Einteilung der Wärmeübertragungsvorgänge

2. W ä r m e l e i t u n g

Wärme breitet sich in allen drei Dimensionen des Raumes aus. Hinzu kommt noch, daß der Wärmetransportvorgang von der Zeit abhängig ist. Sollen allgemein gültige mathematische Zusammenhänge dargestellt werden, so ist es erforderlich, diese komplexen Probleme auf vereinfachte, mathematisch lösbare Beziehungen zurückzuführen.
Zur Vereinfachung wird ein stätionärer Wärmeübertragungsvorgang angenommen.
Bei stationären Bedingungen treten keine zeitlichen Veränderungen der den Vorgang bestimmenden Größen auf; d.h.: Die einem System in einer Zeiteinheit zugeführte Wärme wird von diesem in der gleichen Zeit wieder abgegeben.
Als weitere Vereinfachung wird die Wärmeausbreitung lediglich in einer Koordinatenrichtung (x-Richtung) betrachtet.

2.1 W ä r m e l e i t u n g durch eine e b e n e Wand

Durch eine ebene Wand soll lediglich in einer Richtung (x-Richtung) Wärme durch Leitung übertragen werden. (s.Abb.: 2.1)

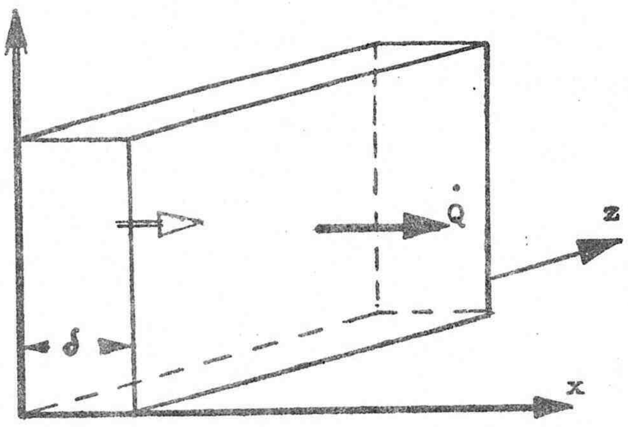


Abb.: 2.1a: Wärmedurchgang durch eine ebene Wand

Ein stationärer Ablauf dieses Vorganges soll ebenfalls vorausgesetzt werden.
Daraus folgt, daß die Wärme die an der einen Seite in die Wand eintritt, dem Betrag und der Richtung nach gleich sein muß derjenigen, die auf der anderen Seite die Wand wieder verläßt.
In Wärmestromrichtung habe die Wand eine Dicke δ [mm];

quer zur Wärmestromrichtung ist eine Fläche A m^2 gegeben. Die Wand soll aus homogenem Material bestehen. Für diese Wand soll der Temperaturverlauf als Funktion des Weges (x-Koordinate) bestimmt werden. Bekannt seien weiterhin die Temperaturen an der Wandoberfläche t_{W1} und t_{W2}. $t_{W1} > t_{W2}$.

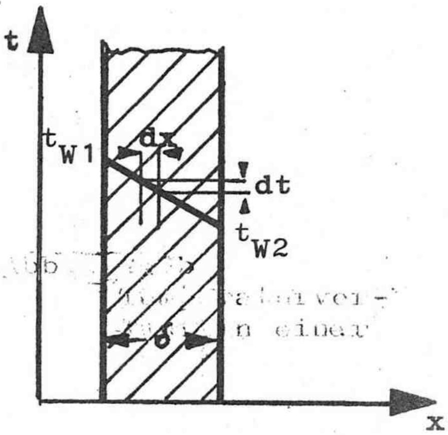


Abb.: 2.1b Temperaturverlauf in einer ebenen Wabd

Die in der Zeiteinheit übertragene Wärme ist proportional der Temperaturänderung als Funktion des Weges sowie der Fkäche senkrecht zur Wärmeströmungsrichtung.

$$\dot{Q} = f(A_e; \frac{dt}{dx}) \qquad (2.1)$$

Darin bedeuten:

$\dot{Q}$ $\left[\frac{kJ}{seb}\right]$; $[W]$ die in der Zeiteinheit übertragene Wärme.

$A_e [m^2]$ Fläche

$\frac{dt}{dx}$ $\left[\frac{grd}{m}\right]$ Temperaturänderung als Funktion des Weges.

Eine Dimensionsbetrachtung ergibt, daß in die Gleichung 2.1 ein Proportionalitätsfaktor einzuführen ist. Dieser muß die Dimension $\left[\frac{W}{m.grd}\right]$ haben. Dieser Proportionalitätsfaktor ist eine stoffspezifische Größe. Es gibt Stoffe, die Wärme gut leiten und solche, die diese nur sehr schlecht leiten.

In Analogie zu anderen ähnlichen stoffspezifischen Größen wird der Proportionalitätsfaktor Wärmeleitwert oder Wärmeleitzahl genannt. λ $\left[\frac{W}{m.grd}\right]$

Damit ergibt sich aus Proportionalitätsbeziehung 2.1 folgende Differentialgleichung (DGl) :

$$\dot{Q} = \lambda . A_e . \frac{dt}{dx} \qquad (2.1a)$$

Wie aus der Abbildung 2.1b zu ersehen ist, fällt die Temperatur mit wachsender Wanddicke. Um ein positives Ergebnis zu erhalten, wird die DGL 2.1a mit -1 multipliziert.

$$\dot{Q} = - \lambda . A_e . \frac{dt}{dx} \qquad (2.1b)$$

Die Integrationsgrenzen sind:

bei $x = 0$ ist $t = t_{W1}$

$x = \delta$ ist $t = t_{W2}$

Die Lösung der DGI ergibt:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot A_{\sigma} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.2)$$

Die in der Zeiteinheit übertragene Wärme wird auch Wärmestrom genannt. Der Wärmestrom bezogen auf eine Flächeneinheit z.B. 1 m^2 wird Wärmestromdichte genannt.

Wärmestromdichte $\dot{q}$ $\left[\frac{W}{m^2}\right]$

$$\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A_{\sigma}} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.3)$$

Wärmeleitzahlen für häufig verwendete Stoffe sind in Tabelle 1 im Anhang dargestellt.

Beispiel: 2.1

Für eine 30cm dicke Betonmauer soll die Wärmestromdichte ermittelt werden, wenn mit einer Wandinnentemperatur von 30°C und einer Wandaußentemperatur von 5°C gerechnet werden kann.

Lösung:

gegeben:

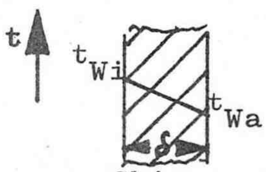
$t_{Wi} = 30°C$

$t_{Wa} = 5°C$

$\delta = 0,3$ m

$\lambda = 1,28 \left[\frac{W}{m \cdot grd}\right]$

siehe Tabelle: 1 für Kiesbeton



Skizze

Es handelt sich um ein Wärmeleitproblem. Die Lösung erfolgt mit Gleichung (2.3).

$$\dot{q} = \frac{\lambda}{\delta} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa}) = \frac{1,28}{0,3} \cdot (30-5)$$

$$\underline{\dot{q} = 106,67 \left[\frac{W}{m^2}\right]}$$

2.2 W ä r m e l e i t u n g durch n i c h t e b e n e Wände.

Es stellt sich nun die Frage, ob die Gleichung zur Berechnung des Wärmestromes durch ebene Wände auch auf anders geformte Wände anwendbar ist, z.B. auf Zylinderwände oder Kugelwände.

Für den häufig auftretenden Fall der Berechnung des Wärmestromes durch eine Zylinderwand soll hier die Ableitung erfolgen:

Gegeben sei ein Rohr

Länge 1 m

Innendurchmesser d_i m

Außendurchmesser d_a m

Da bei einem Zylinder die Innenfläche kleiner ist als die Außenfläche, ist es erforderlich, den Ansatz zur Herleitung etwas anders zu gestalten. Es finden Zylinderkoordinaten Anwendung:

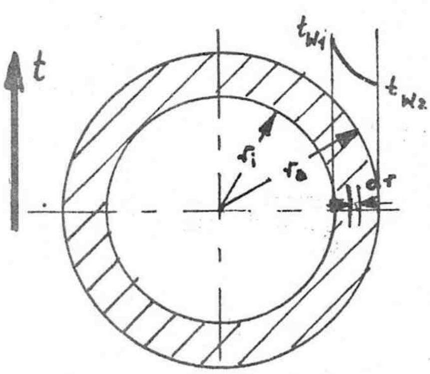


Abb.: 2.2 Temperaturverlauf in einer Zylinderwand

Analog zu Gleichung (2.1b) ergibt sich hier folgende DGl.:

$$\dot{Q} = -\lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot 1 \cdot \frac{dt}{dr} \qquad (2.4)$$

Die Lösung dieser DGL ergibt:

$$\dot{Q} = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{\ln \frac{r_a}{r_i}} \cdot (t_{W1} - t_{W2})$$

$$= \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 \cdot \frac{1}{\ln \frac{d_a}{d_i}} \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.5)$$

Ein Vergleich der Gleichung (2.5) mit Gleichung (2.3) ergibt eine Beziehung für eine mittlere Zylinderfläche, die eingesetzt werden muß, wenn bei der Berechnung des Wärmedurchganges nicht die Gleichung für zylindrische Wände, sondern die für ebene Wände eingesetzt werden soll.

$$\frac{\lambda}{\delta} \cdot A_m \cdot (t_{W1} - t_{W2}) = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1 \frac{1}{\ln \frac{d_a}{d_i}} \cdot (t_{W1} - t_{W2})$$

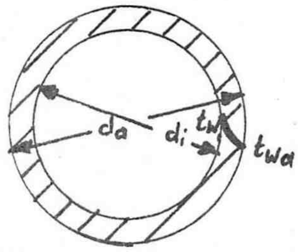
$$\frac{A_m}{\delta} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\ln \frac{A_a}{A_i}}$$

Mit $\delta = r_a - r_i$ ergibt sich:

$$A_m = \frac{A_a - A_i}{\ln \frac{A_a}{A_i}} \qquad (2.6)$$

Beispiel: <u>2.2</u>

Für eine 20m lange Stahlrohrleitung Nennweite NW 50 und einer Wandstärke von 3mm soll der Wärmestrom bestimmt werden, wenn mit einer konstanten Innenwandtemperatur von 85°C und einer konstanten Außenwandtemperatur von 80°C gerechnet werden kann.



Skizze

Lösung:

gegeben $t_{Wi} = 85°C$
$t_{Wa} = 80°C$
$d_i = 50$ mm
$d_a = 56$ mm
$l = 20$ m
$\lambda = 42 \frac{W}{m \cdot grd}$
siehe Tabelle: 1

Es handelt sich um ein Wärmeleitproblem. Die Lösung erfolgt mit Gleichung (2.5).

$$\dot{Q} = \lambda \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{1}{\ln \frac{d_a}{d_i}} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa})$$

$$= 42 \cdot 2 \cdot \pi \cdot 20 \cdot \frac{1}{\ln \frac{0,056}{0,05}} \cdot (85 - 80)$$

$\underline{\dot{Q} = 232,86 \text{ kW}}$

2.3 Wärmeleitung durch Wände, die aus mehreren Schichten unterschiedlichen Materials bestehen

Häufig ist der Wärmestrom in Wänden zu bestimmen, die aus mehreren Schichten aufgebaut sind, z.B. Isolation von Wänden und Rohren, Kalkablagerungen in Siederohren u.ä.

2.31 Wärmeleitung durch eine mehrschichtige ebene Wand

Gegeben ist eine ebene Wand. Diese Wand ist aus drei Schichten unterschiedlichen Materials aufgebaut. (Abb.: 2.3)
Die einzelnen Schichten haben eine Dicke von δ_1, δ_2, δ_3 und die Stoffe haben die Wärmeleitzahlen λ_1, λ_2, λ_3
Die Temperatur an der einen Wandoberfläche ist t_{W1}, die an der anderen Wandoberfläche t_{W2}. $t_{W1} > t_{W2}$

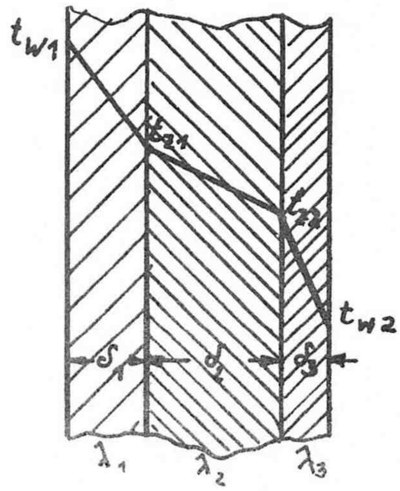


Abb.: 2.3 Temperaturverlauf in mehrschichtigen ebenen Wänden.

Zwischen den einzelnen Materialschichten soll intensiver Kontakt herrschen. Bei stationärem Wärmestrom stellt sich in den einzelnen Wandschichten ein linearer Temperaturverlauf unterschiedlicher Steigung ein, an den Kontaktstellen zwischen den Wandschichten die Temperaturen t_{Z1} und t_{Z2}.

Für jede Wandschicht wird die Wärmestromdichte nach Gleichung (2.3) berechnet.

$$\dot{q}_1 = \lambda_1 \cdot \frac{1}{\delta_1} \cdot (t_{W1} - t_{Z1})$$
$$\dot{q}_2 = \lambda_2 \cdot \frac{1}{\delta_2} \cdot (t_{Z1} - t_{Z2})$$
$$\dot{q}_3 = \lambda_3 \cdot \frac{1}{\delta_3} \cdot (t_{Z2} - t_{W2})$$

Bei stationären Bedingungen müssen die Wärmestromdichten einander gleich sein: $\dot{q}_1 = \dot{q}_2 = \dot{q}_3$; denn für jede Wandschicht gilt, daß die Wärme, die an der einen Seite eintritt, gleich der Wärme sein muß, die die Wandschicht an der anderen Seite wieder verläßt.
Die einzelnen Gleichungen werden nach der Temperaturdifferenz aufgelöst und dann addiert.
Es ergibt sich:

$$t_{W1} - t_{W2} = \dot{q} \cdot \left(\frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{\delta_3}{\lambda_3}\right) = \dot{q} \cdot \sum^{i} \frac{\delta_i}{\lambda_i}$$

Nach der Wärmestromdichte aufgelöst ist:

$$\dot{q} = \frac{1}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.7)$$

Demnach ist die übertragene Wärme:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot A_o \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.8)$$

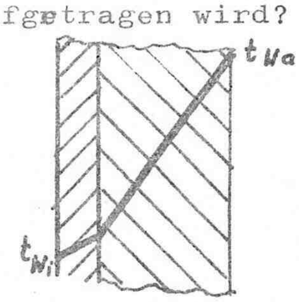
Beispiel: 2.3

Ein vorhandener Raum soll als Kühlraum hergerichtet werden. Die Wände bestehen aus einer 36cm dicken Ziegelmauer. Zur Verbesserung der Isolierung wird eine 10 cm dicke Korkmasse aufgetragen.
Wie groß ist die Wärmestromdichte, wenn mit einer Wandinnentemperatur von $t_{Wi} = -6°C$ und einer Wandaußentemperatur von $t_{Wa} = +25°C$ gerechnet werden kann.
Welche Temperatur stellt sich an der Grenzfläche zwischen den beiden Wandschichten ein?
Ist es von Bedeutung, ob die Korkmasse auf der Innenseite oder auf der Außenseite aufgetragen wird?

Lösung:

gegeben:
$t_{Wi} = -6°C$
$t_{Wa} = +25°C$
$\delta_I = 0{,}1$ m
$\delta_{Zi} = 0{,}36$ m
$\lambda_I = 0{,}051 \frac{W}{m \cdot grd}$
$\lambda_{Zi} = 0{,}76$

Die Wärmeleitzahlen werden der Tabelle 1 entnommen.



Skizze

Es ist ein Wärmeleitproblem durch eine ebene mehrschichtige Wand zu lösen.

1. Berechnung der Wärmestromdichte
   Gleichung (2.7) Seite 2.7

$$\dot{q} = \frac{1}{\sum \frac{\delta_i}{\lambda_i}} \cdot (t_{Wa} - t_{Wi})$$

Bei der Berechnung der Wärmestromdichte ist es nicht von Bedeutung, ob die Isolierschicht auf der Innenseite oder auf der Außenseite der Ziegelwand aufgebracht wird.

$$\dot{q} = \frac{1}{\frac{0,1}{0,051} + \frac{0,36}{0,76}} \cdot (25 - (-6)) = \underline{\underline{12,73\ \frac{W}{m^2}}}$$

2. Berechnung des Temperaturverlaufes in der mehrschichtigen Wand. Hier ist es von Bedeutung, auf welcher Wandseite die Isolierung aufgetragen worden ist; denn davon ist die Zwischentemperatur abhängig.

   2.1 Isolierung auf der Wandinnenseite:

$$\dot{q}_I = \frac{\lambda_I}{\delta_I} \cdot (t_Z - t_{Wi}) \qquad \text{Gleichung (2.3) Seite 2.3}$$

$$\dot{q}_{Zi} = \frac{\lambda_{Zi}}{\delta_{Zi}} \cdot (t_{Wa} - t_Z)$$

Da stationäre Bedingungen vorausgesetzt werden sollen, muß gelten:

$$\dot{q} = \dot{q}_I = \dot{q}_{Zi}$$

$$t_Z = \frac{\dot{q}}{\frac{\lambda_I}{\delta_I}} + t_{Wi} = \frac{12,73}{\frac{0,051}{0,1}} + (-6) = \underline{\underline{18,96^\circ C}}$$

   2.2 Isolierung auf der Wandaußenseite:

$$\dot{q}_I = \frac{\lambda_I}{\delta_I} \cdot (t_{Wa} - t_Z)$$

$$t_Z = t_{Wa} - \frac{\dot{q}}{\frac{\lambda_I}{\delta_I}} = 25 - \frac{12,73}{\frac{0,051}{0,1}} = \underline{\underline{0,04^\circ C}}$$

2.32 W ä r m e l e i t u n g durch eine m e h r - s c h i c h t i g e , n i c h t ebene Wand

Die exemplarische Herleitung der Zusammenhänge erfolgt auch in diesem Fall am Beispiel eines Zylinders, der aus mehreren Lagen unterschiedlichen Materials besteht. Wird wiederum stationärer Wärmetransport vorausgesetzt, so gilt auch hier, daß die Wärme, die durch die eine Schicht hindurchtritt, auch durch die folgende hindurchgehen muß. Auch in diesem Fall ist davon auszugehen, daß eine innige Verbindung zwischen den beiden Materialien gegeben ist, (Abb.: 2.4)

Es ist ein innerer Zylinder mit einem Innendurchmesser d_{i1} und einer Wandstärke δ_1 gegeben. Diesen inneren Zylinder umgibt ein weiterer mit dem Innendurchmesser $d_{i2}=d_{a1}$ und einer Wandstärke δ_2. Die Wärmeleitzahl des inneren Zylinders beträgt λ_1, die des äußeren Zylinders λ_2. Auf der Innenseite des kleineren Zylinders herrsche die Temperatur t_{Wi}. Die Außenwandtemperatur des äußeren Zylinders betrage t_{Wa}. $t_{Wi} > t_{Wa}$

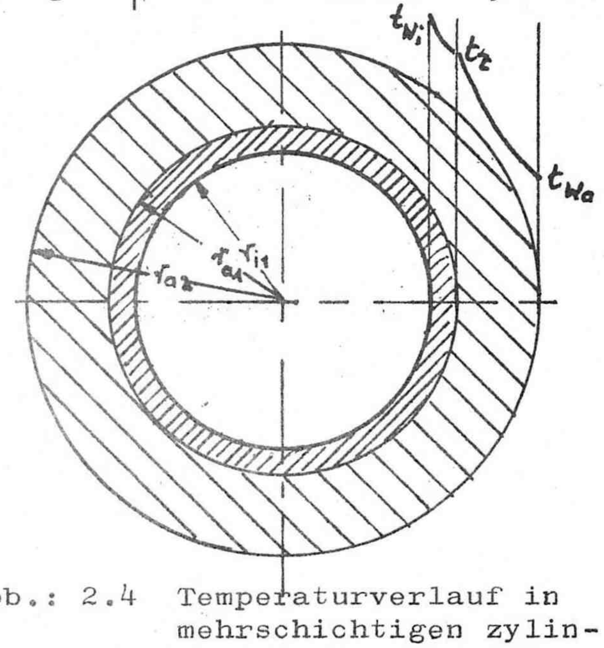


Abb.: 2.4 Temperaturverlauf in mehrschichtigen zylindrischen Wänden

Entsprechend der Formel (2.4) auf Seite 2.4 kann für jeden Zylinder die durch diesen hindurchtretende Wärme bestimmt werden.

$$\dot{Q} = \lambda_1 \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{1}{\ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}}} \cdot (t_{Wi} - t_Z)$$

$$\dot{Q} = \lambda_2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot l \cdot \frac{1}{\ln\frac{d_{a2}}{d_{i2}}} \cdot (t_Z - t_{Wa})$$

Werden diese beiden Gleichungen nach der Temperaturdifferenz aufgelöst und erfolgt dann eine Addition, so ergibt sich:

$$t_{Wi} - t_{Wa} = \frac{\dot{Q}}{\frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1 \cdot l}{\ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}}} + \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda_2 \cdot l}{\ln\frac{d_{a2}}{d_{i2}}}}$$

Nach dem Wärmestrom aufgelöst ergibt sich:

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln\frac{d_{a2}}{d_{i2}}} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa}) \qquad (2.9)$$

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\sum\frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln\frac{d_{ai}}{d_{ii}}} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa})$$

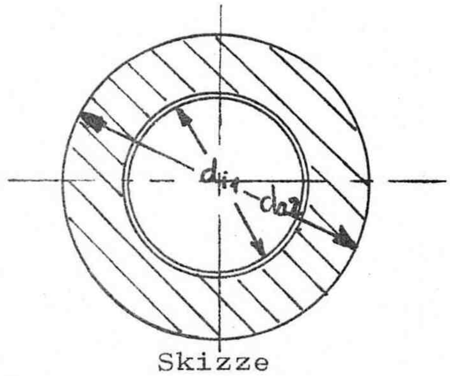
Beispiel: 2.4

Ein Stahlrohr NW65 mit 3,5mm Wandstärke und einer Länge von 30m dient dem Transport von Wärmeträgeröl. Gegen Wärmeverluste wird das Rohr mit 50mm dicken Steinwolleschalen isoliert. Die Wandtemperaturen betragen an der Innenseite 200°C und an der Außenseite 25°C. Welche Wärme wird an die Umgebung abgegeben? Welche Temperatur stellt sich zwischen Rohr und Isolierung ein?

Lösung:

gegeben:
$t_{Wi} = 200°C$
$t_{Wa} = 25°C$
$d_{i1} = 0{,}065 m$
$d_{a1} = 0{,}072 m$
$d_{i2} = 0{,}072 m$
$d_{a2} = 0{,}172 m$
$l = 30\ m$
$\lambda_{St} = 40 \frac{W}{m \cdot grd}$
$\lambda_I = 0{,}049$ "

Wärmeleitzahlen sind der Tabelle 1 entnommen



Skizze

Es ist ein Wärmeleitproblem durch mehrschichtige Zylinder zu lösen.

Bestimmung der durch den Zylinder hindurchgehenden Wärme mit Formel 2.9

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot l}{\sum\frac{1}{\lambda_i} \cdot \ln\frac{d_{ai}}{d_{ii}}} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa})$$

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1}{\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}} + \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln\frac{d_{a2}}{d_{i2}}} \cdot (t_{Wi} - t_{Wa})$$

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \quad .30}{\frac{1}{40} \cdot \ln\frac{0{,}072}{0{,}065} + \frac{1}{0{,}049} \cdot \ln\frac{0{,}172}{0{,}072}} \cdot (200 - 25)$$

$$\dot{Q} = \underline{\underline{1856 \text{ W}}}$$

Temperatur, die sich zwischen Stahlrohr und Isolierung einstellt:

Bei stationären Bedingungen kann davon ausgegangen werden, daß die Wärme, die durch den Stahlmantel hindurchtritt, gleich der Wärme sein muß, die auch durch die Isolierung hindurchtritt, d.h. sie muß gleich der Wärme sein, die soeben berechnet worden ist.

$$\dot{Q} = 1856 = 2 \cdot \pi \cdot \lambda_1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}}} \cdot (t_{Wi} - t_Z)$$

$$= 2 \cdot \pi \cdot 40 \cdot 30 \cdot \frac{1}{\ln\frac{0{,}072}{0{,}065}} \cdot (200 - t_Z)$$

Nach t_Z aufgelöst ergibt sich:

$$t_Z = t_{Wi} - \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot \lambda_1 \cdot 1 \cdot \frac{1}{\ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}}}}$$

$$= 200 - \frac{1856}{2 \cdot \pi \cdot 40 \cdot 30 \cdot \frac{1}{\ln\frac{0{,}072}{0{,}065}}}$$

$$t_Z = \underline{\underline{199{,}97^{\circ}\text{C}}}$$

Wie leicht einzusehen ist, handelt es sich bei den Problemen des Wärmeüberganges nicht um einen einzelnen Übertragungsvorgang, sondern es ist vielmehr zu berücksichtigen, daß eine Vielzahl der beschriebenen Einzelphänomene bei einem Wärmeübergang wirksam sind. In einem Wärmeübertragungsapparat (der Begriff Wärmeaustauscher oder Wärmetauscher wird nicht benutzt; denn ein Wärmeaustausch widerspricht den Aussagen des 2. Hauptsatzes der Thermodynamik) sind z.B. die nachstehenden Teilprobleme zu berücksichtigen:

1. durch Konvektion wird Wärme von dem wärmeabgebenden Medium an die die Medien trennende Wand übertragen;
2. die abgegebene Wärme wird durch Leitung durch die Wand hindurchtransportiert;
3. die Wand gibt die Wärme durch Konvektion an das wärmeaufnehmende Medium ab.

Im Flammenraum einer Dampfkesselanlage müssen folgende Teilübertragungsphänomene bei der Berechnung der übertragenen Wärme berücksichtigt werden:

1. durch Strahlung und Konvektion wird die Wärme im Brennraum an den Außenmantel der Siederohre übertragen;
2. durch Leitung erfolgt der Wärmetransport durch den Stahlrohrmantel;
3. durch Konvektion mit oder ohne Phasenumwandlung wird die Wärme dann weiter an das Wasser oder den Dampf übertragen.

Wie sich zeigen wird sind alle Wärmeübertragungsvorgänge noch zusätzlich von der Zeit abhängig, was erhebliche Schwierigkeiten bei der Problemlösung bedeutet.

3. Wärmedurchgang

Bisher wurde der Wärmetransport durch feste Stoffe eindeutiger geometrischer Form berechnet. Bereits in der Einleitung ist darauf hingewiesen worden, daß viele Wärmetransportvorgänge dadurch gekennzeichnet sind, daß neben der Wärmeleitung auch die Wärmeübertragung beachtet werden muß. So wird z.B. Wärme von einem strömenden Stoff an eine Wand übertragen, durch die Wand hindurchgeleitet und dann wiederum durch Übertragung an ein strömendes Medium abgegeben.
Dieser Gesamtvorgang wird durch den Begriff Wärmedurchgang zusammenfassend beschrieben.
Für die Berechnung des Wärmeübertragungsvorganges wird eine Wärmeübertragungszahl $\alpha \frac{W}{m^2 \cdot grd}$ eingeführt.
Durch die Wärmeübergangszahl α wird die Wärmeübertragung mit der Wärmeleitung durch eine ruhende Schicht verglichen. Die Schichtdicke dieser ruhenden Schicht entspricht einer Wand, die die gleiche Wärmeleitzahl wie das strömende Medium hat und den gleichen Temperaturabfall verursacht, wie er beim Übertragungsvorgang auftritt.
Diese Schicht wird Grenzschicht genannt und hat die Dicke δ_{Gr}.

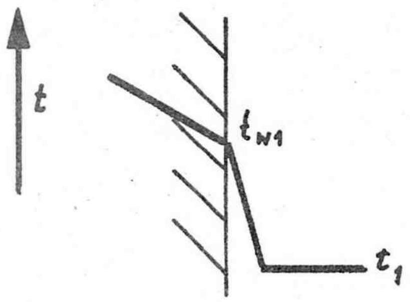


Abb.: 3.1
Wärmeübertragungsvorgang von einer Wand an ein strömendes Medium; Temperaturverlauf

Es lassen sich demnach folgende Gleichungen schreiben:

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_o \cdot (t_{W1} - t_1) = \frac{\lambda}{\delta_{Gr}} \cdot A_o \cdot (t_{W1} - t_1 \qquad (3.1)$$

Daraus ergibt sich:

$$\alpha = \frac{\lambda}{\delta_{Gr}} \qquad (3.2)$$

Der Begriff Wärmedurchgang umfaßt:

1. Wärmeübertragung von dem wärmeren Medium an die Wand;
2. Wärmedurchgang durch die Wand;
3. Wärmeübertragung von der Wand an das kältere strömende Medium.

3.1 W ä r m e d u r c h g a n g durch eine ebene Wand

Unter der Annahme stationären Wärmetransportes, d.h. daß die Wärmestromdichte konstant ist, lassen sich folgende Zusammenhänge herleiten. Der Temperaturverlauf bei diesem Wärmedurchgang ist dem nebenstehenden Bild zu entnehmen.

t_1 °C Temperatur des wärmeabgebenden Mediums

t_{W1} °C Wandtemperatur

t_{W2} °C Wandtemperatur

t_2 °C Temperatur des wärmeaufnehmenden Mediums

α_1 $\frac{W}{m^2 . grd}$ Wärmeübergangszahl

α_2 $\frac{W}{m^2 . grd}$ Wärmeübergangszahl

λ $\frac{W}{m . grd}$ Wärmeleitzahl

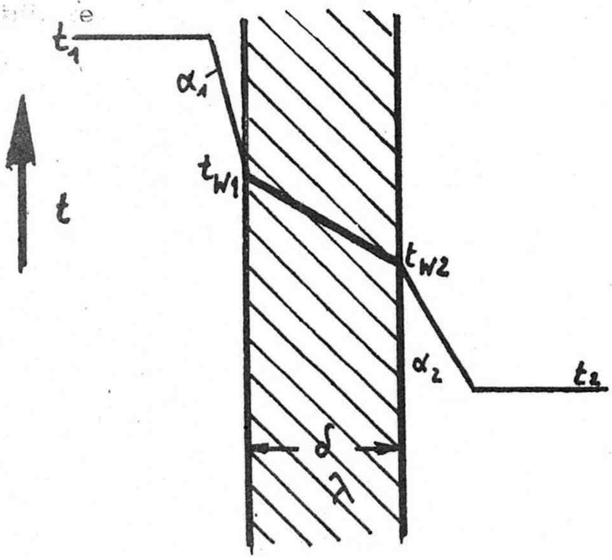


Abb.: 3.2 Temperaturverlauf beim Wärmedurchgang

$$\dot{Q} = \alpha_1 . A_o . (t_1 - t_{W1})$$

$$\dot{Q} = \frac{\lambda}{\delta} A_o . (t_{W1} - t_{W2})$$

$$\dot{Q} = \alpha_2 . A_o . (t_{W2} - t_2)$$

Siehe hierzu Gleichungen (3.1) und (2.2).

Diese drei Gleichungen werden nach der Temperaturdifferenz aufgelöst und addiert.

Es ergibt sich:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}} . A_o . (t_1 - t_2) \qquad (3.3)$$

oder, wenn die Wand aus mehreren Schichten besteht, muß die Gleichung unter Berücksichtigung von Gleichung (2.8) lauten:

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \cdot A_o \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.4)$$

Um eine übersichtliche Schreibweise zu erhalten, wird ein Faktor k eingeführt.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}} \qquad (3.5)$$

$$\dot{Q} = k \cdot A_o \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.6)$$

Wärmestromdichte:

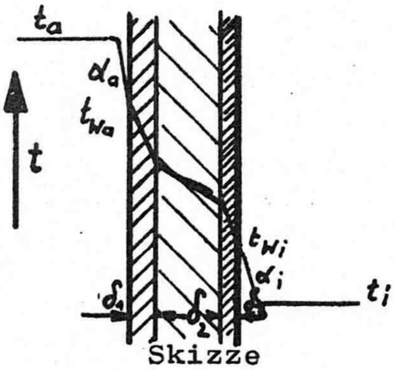
$$\dot{q} = k \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.7)$$

Beispiel: 3.1

Die Wand eines Kühlschrankes soll auf Wärmeverluste hin untersucht werden.
Der Kühlschrank hat eine Wandfläche von $A_o = 0{,}3\,m^2$, er besitzt 5cm dicke Wände, die wie folgt aufgebaut sind:
der Innenraum ist mit einer 0,5cm dicken Kunststoffschicht umgeben $\lambda_K = 0{,}2 \frac{W}{m.grd}$, zur Isolierung ist darauf eine 4,4cm dicke Schaumstoffschicht aufgetragen $\lambda_{Sch} = 0{,}02 \frac{W}{m.grd}$, nach Außen schließt sich eine 0,1cm dicke Blechverkleidung an $\lambda_{St} = 40 \frac{W}{m.grd}$.
Die Wärmeübergangszahlen auf der Innen- sowie auf der Außenseite seien:
$\alpha_i = 8{,}1 \frac{W}{m^2.grd}$; $\alpha_a = 10{,}5 \frac{W}{m^2.grd}$
Die Berechnung soll für folgende Temperaturen durchgeführt werden:

Innenraumtemperatur $t_1 = 3^oC$
Außentemperatur $t_a = 22^oC$

Lösung:



Skizze

gegeben

$$
\begin{aligned}
t_i &= 3^\circ C \\
t_a &= 22^\circ C \\
\alpha_i &= 8{,}1 \; \frac{W}{m^2 . grd} \\
\alpha_a &= 10{,}5 \; \text{"} \quad \text{"} \\
\delta_1 &= 0{,}005 \; m \\
\delta_2 &= 0{,}044 \; m \\
\delta_3 &= 0{,}001 \; m \\
\lambda_1 &= 0{,}2 \; \frac{W}{m . grd} \\
\lambda_2 &= 0{,}02 \; \text{"} \quad \text{"} \\
\lambda_3 &= 40 \; \text{"} \quad \text{"} \\
A_o &= 0{,}3 \; m^2
\end{aligned}
$$

Es ist bei stationären Bedingungen der Wärmedurchgang durch eine ebene Wand zu bestimmen.

Bestimmung des Wärmedurchgangsfaktors k
Gleichung (3.5) siehe Seite 3.3

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{8{,}1} + \frac{0{,}005}{0{,}2} + \frac{0{,}044}{0{,}02} + \frac{0{,}001}{40} + \frac{1}{10{,}5}}$$

$$= \frac{1}{2{,}44} = 0{,}41 \; \frac{W}{m^2 . grd}$$

$$\dot{Q} = k \,.\, A_o \,.\, (t_a - t_i) \qquad \text{Gleichung (3.4) Seite 3.3}$$

$$= 0{,}41 \,.\, 0{,}3 \,.\, (22 - 3)$$

$$= \underline{\underline{2{,}34 \; W}}$$

Bestimmung der sich einstellenden Wandtemperaturen:
t_{Wi} t_{Wa}
Bei stationären Bedingungen kann davon ausgegangen werden, daß die Wärme, die durch die Wand hindurchtritt, auch gleich derjenigen Wärme sein muß, die durch Konvektion an die Wand übertragen wird.

$$\dot{Q} = \alpha_i \,.\, A_{oi} \,.\, (t_{Wi} - t_i) \qquad \text{Gleichung (3.2) Seite 3.1}$$

$$t_{Wi} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \,.\, A_{oi}} + t_i$$

$$t_{Wi} = \frac{2{,}34}{8{,}1 \,.\, 0.3} + 3 = \underline{\underline{3{,}96^\circ C}}$$

$$\dot{Q} = \alpha_a \,.\, A_o \,.\, (t_a - t_{Wa})$$

$$t_{Wa} = t_a - \frac{\dot{Q}}{\alpha_a \,.\, A_o}$$

$$t_{Wa} = 22 - \frac{2{,}34}{10{,}5 \,.\, 0{,}3} = \underline{\underline{21{,}26^\circ C}}$$

3.2 W ä r m e d u r c h g a n g durch nicht ebene Wände

Am Beispiel des Wärmedurchganges durch eine Rohrwand soll exemplarisch die Wärmedurchgangsgleichung für Rohre hergeleitet werden.

Gegeben sei:

In einem Rohr strömt ein Medium mit der Temperatur t_1; dieses Medium gibt durch Konvektion Wärme an die Rohrwand ab; Durch die Rohrwand erfolgt der Wärmetransport durch Leitung; durch Konvektion wird dann die Wärme von der Rohraußenwand an die Umgebung übertragen.

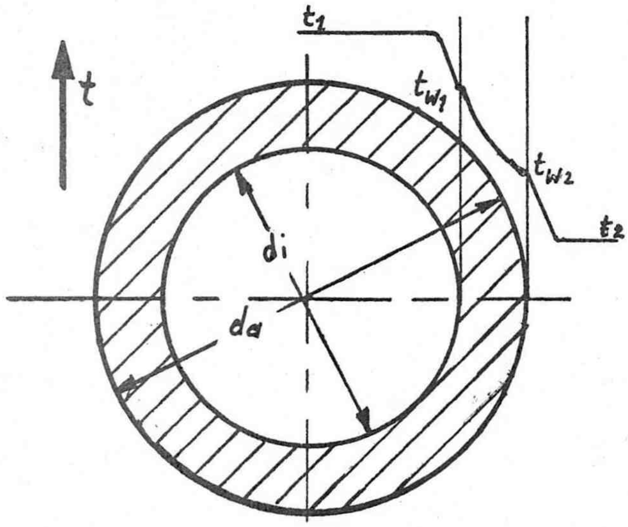


Abb.: 3.4 Temperaturverlauf beim Wärmedurchgang durch ein Rohr

t_1	°C	Temperatur des im Rohr strömenden Mediums
t_{W1}	°C	Wandtemperatur an der Rohrinnenseite
t_{W2}	°C	Wandtemperatur an der Rohraußenseite
t_2	°C	Umgebungstemperatur
α_1	$\left[\frac{W}{m^2 . grd}\right]$	Wärmeübergangszahl an der Rohrinnenseite
α_2	" "	Wärmeübergangszahl an der Rohraußenseite
λ	$\left[\frac{W}{m . grd}\right]$	Wärmeleitzahl des Rohrwandmaterials
d_i	m	Rohrinnendurchmesser
d_a	m	Rohraußendurchmesser
l	m	Rohrlänge

$$\dot{Q} = \alpha_1 \cdot A_{oi} \cdot (t_1 - t_{W1}) \qquad \text{siehe Gleichung (3.2)}$$

$$\dot{Q} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot l}{\ln\frac{d_a}{d_i}} \cdot (t_{W1} - t_{W2}) \qquad (2.5)$$

$$\dot{Q} = \alpha_2 \cdot A_{oa} \cdot (t_{W2} - t_2) \qquad (3.2)$$

Nach Auflösung der drei Gleichngen nach der Temperaturdifferenz und Additäon ergibt sich:

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{\pi \cdot l} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_i} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln\frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_a}\right)$$

Wird nach der übertragenen Wärme aufgelöst, so ergibt sich folgende Gleichung:

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot l}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_i} + \frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln\frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_a}} \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.8)$$

Bei einer mehrschichtigen Wand lautet die Gleichung:

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot l}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_{i1}} + \sum\frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln\frac{d_{ai}}{d_{ii}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{an}}} \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.9)$$

Auch hier wird häufig ein k-Faktor eingeführt:

$$k_o = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 \cdot d_{i1}} + \sum\frac{1}{2 \cdot \lambda_i} \cdot \ln\frac{d_{ai}}{d_{ii}} + \frac{1}{\alpha_2 \cdot d_{an}}} \qquad (3.10)$$

Gleichung (3.9) lautet dann:

$$\dot{Q} = k_o \cdot l \cdot (t_1 - t_2) \qquad (3.11)$$

Beispiel: 3,2

Durch eine 100m lange Stahlrohrleitung NW100, Wandstärke 5mm, $\lambda_{St} = 52 \frac{W}{m.grd}$, wird Wärmeträgeröl vom Erhitzer zum Verbraucher tranportiert. Zur Wärmeisolierung ist die Leitung mit 150mm dicken Steinwolleschalen ummantelt, $\lambda_I = 0{,}08 \frac{W}{m.grd}$,
Es kann mit einer mittleren Öltemperatur von 220°C gerechnet werden. Die Umgebungstemperatur wird mit 20°C angegeben.
Folgende Wärmeübergangszahlen können bei der Berechnung angenommen werden:
$\alpha_i = 90 \frac{W}{m^2.grd}$; $\alpha_a = 25 \frac{W}{m^2.grd}$
Welche Wärmeverluste hat die Leitung?
Wie hoch sind die Wandtemperaturen an der Stahlrohrinnenwand und an der Außenwand der Isolierung?

Lösung:

gegeben:
$t_1 = t_i = 220°C$
$t_2 = t_a = 20°C$

$d_{i1} = 0{,}1\ m$
$d_{a1} = 0{,}11 m$
$d_{i2} = 0{,}11 m$
$d_{a2} = 0{,}41 m$

$\lambda_{St} = 52 \frac{W}{m.grd}$

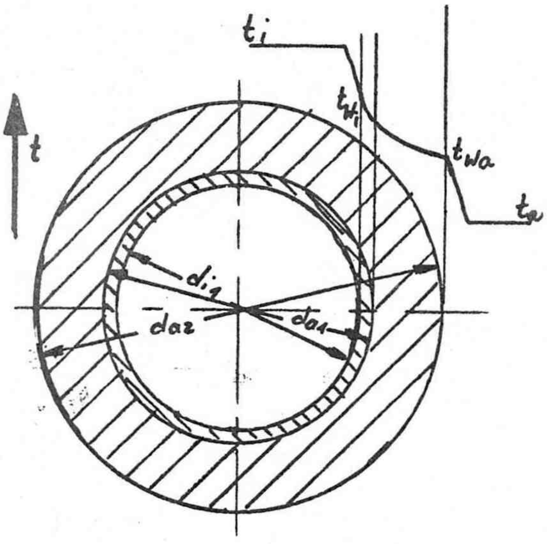
$\lambda_I = 0{,}08$ ""

$\alpha_i = 90 \frac{W}{m^2.grd}$

$\alpha_a = 25$ """"""

$l = 100$ m

Es ist der Wärmedurchgang durch eine mehrschichtige zylindrische Wand zu bestimmen. Es kann von stationären Bedingungen ausgegangen werden.



Skizze

$\dot{Q} = k_o \cdot l \cdot (t_i - t_a)$ Glchg. 3.11

$$k_o = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_i \cdot d_{i1}} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_{St}} \cdot \ln\frac{d_{a1}}{d_{i1}} + \frac{1}{2 \cdot \lambda_I} \cdot \ln\frac{d_{a2}}{d_{i2}} + \frac{1}{\alpha_a \cdot d_{a2}}}$$

Glchg. 3.10

$$k_o = \frac{\pi}{\frac{1}{90.0{,}1} + \frac{1}{2.52} \cdot \ln\frac{0{,}11}{0{,}1} + \frac{1}{2.0{,}08} \cdot \ln\frac{0{,}41}{0{,}1} + \frac{1}{25.0{,}41}}$$

$$k_o = 0{,}3726 \frac{W}{m.grd}$$

$$\dot{Q} = 0{,}3726 \cdot 100 \cdot (220 - 20) = 7452 \text{ W} = 7{,}45 \text{ kW}$$

Wandtemperaturen:

$$\dot{Q} = \alpha_i A_{oi} \cdot (t_i - t_{wi})$$

Die Wärme, die durch die Wand hindurchtritt, muß bei stationären Bedingungen auch der gleich sein, die an die Wand übertragen wird und an der anderen Seite von der Wand an das umgebende Medium übertragen wird.

$$t_{Wi} = t_i - \frac{\dot{Q}}{\alpha_i \cdot d_{i1} \cdot \pi \cdot l} = 220 - \frac{7452}{90.0{,}1 \cdot \pi \cdot 100} = 217{,}4^\circ C$$

$$\dot{Q} = \alpha_a \cdot A_{oa} \cdot (t_{Wa} - t_a)$$

$$t_{Wa} = \frac{\dot{Q}}{\alpha_a \cdot d_{a2} \cdot \pi \cdot l} + t_a = \frac{7452}{25.0{,}41 \cdot \pi \cdot 100} + 20 = 22{,}3^\circ C$$

Aufgabe: 3.1

In einer 25m langen Stahlrohrleitung NW 50 mit einer Wandstärke 3,5mm,, λ_{St}= 52 W/m.grd wird ein Wärmeträger vom Erhitzer zum Verbraucher transportiert. Der Wärmeträger hat eine mittlere Flüssigkeitstemperatur von 160°C. Die Umgebungstemperatur beträgt 18°C. Wie stark ist eine Isolierschicht aus Steinwolle λ_I = 0,07 W/m.grd zu wählen, wenn die Wärmeverluste auf 1/5 des nichtisolierten Rohres gemindert werden sollen?
Welche Temperatur stellt sich zwischen Stahlrohr und Isolierwolleschicht ein?
Folgende Wärmeübergangszahlen sind gegeben:
α_i= 140 W/m^2.grd; α_a= 14 W/m^2.grd

Aufgabe: 3.2

In einer 100m langen Rohrleitung NW 150 -Wandstärke 5mm- soll Wasserdampf -Sattdampf- bei 10bar strömen. Die Umgebungsluft soll eine Durchschnittstemperatur von 6°C haben. Die Rohrleitung wird mit Steinwolleschalen isoliert. Nach der Isolierung sollen die Wärmeverluste auf 1% des unisolierten Rohres reduziert werden.
Wie dick müssen die Isolierschalen gewählt werden?
Gegeben sind:

Wärmeübergangszahlen	α_i = sehr groß
	α_a = 23,3 W/m^2.grd
Wärmeleitzahlen	λ_{St}= 52 W/m.grd
	λ_I = 0,05 W/m.grd

Aufgabe: 3.3

Ein Einzelhandelsunternehmen will das Beschlagen der Schaufensterscheiben verhindern. Im Raum herrschen ein durchschnittlicher Wasserdampfpartialdruck von 125mmWS und eine Temperatur von 19°C.
Bei welcher Außentemperatur beginnt die Scheibe zu beschlagen, wenn die Schaufensterscheibe eine Dicke von 10mm hat und die Wärmeübergangszahlen auf der Innenseite 27W/m^2.grd und auf der Außenseite 20 W/m^2.grd betragen? λ_{Gl} = 0,75 W/m.grd

Aufgabe: 3.4

Die Außenmauer einer Werkhalle besteht aus einer 30cm dicken Betonmauer (Kiesbeton). In der Halle soll eine Temperatur von 18°C herrschen. Der Wasserdampfpartialdruck wird mit 0,014bar angegeben. Bei welcher Außentemperatur beginnt die Innenwand zu beschlagen?

Wärmeleitzahl für Kiesbeton	λ_B = 1,28 W/m.grd
Wärmeübergangszahlen	α_i = 9 W/m^2.grd
	α_a =23 W/m^2.grd

4. K o n v e k t i o n

Wird Wärme von einem strömenden Medium an eine Wand übertragen oder von einer Wand an ein strömendes Medium, dann stellt sich die Frage nach dem Wärmetransport in einem strömenden Stoff quer zur Strömungsrichtung.

Wärmetransportvorgänge von einem Fluid an eine Wand oder von einer Wand an ein Fluid erfolgen durch Konvektion. (Konvektion -convehere- mitführen, mitnehmen).

Wärmeübertragung durch Konvektion ist gegeben, wenn sich ein Fluid an einer Wand bewegt und dabei Wärme übertragen wird. Es ist dabei unbedeutend, ob die Bewegung des strömenden Mediums durch Zwang oder durch eigenen Antrieb, z.b. Auftrieb, hervorgerufen wird.

Zur Beschreibung des Vorganges wird folgende Überlegung durchgeführt:

Das an einer wärmeren Wand vorbeiströmende Medium nimmt Wärme von dieser auf. Dabei nehmen die mit der Wand unmittelbar in Berührung kommenden Moleküle des Fluids Wärme durch Impulsübertragung auf. Da sich das Medium bewegt, wird diese intensive Kontaktzeit zwischen dem betrachteten Molekül und der Wand nur sehr kurz sein. Dieses Molekül ist nun energiereicher als die es umgebenden Moleküle des strömenden Stoffes. Durch Impulsübertragung wird nun die Wärme an weitere Moleküle abgegeben.

Die Wärmeübertragung kann demnach als kurzzeitiger Wärmeleitvorgang aufgefaßt werden.

Aus der Strömungslehre ist bekannt, daß die durchschnittliche Verweilzeit von Molekülen an der Begrenzungswand eine Funktion der Geschwindigkeit ist, d.h. daß die Verweilzeit der Moleküle bei geringeren

Geschwindigkeiten an der Wand größer ist als bei höheren Geschwindigkeiten; denn bei höheren Geschwindigkeiten nimmt die Molekülbewegung quer zur Hauptströmungsrichtung zu.

Die Strömungsmechanik definiert laminare und turbulente Strömungen. Zur Beurteilung wird eine dimensionslose Kennzahl -Reynold'sche Kennzahl Re - herangezogen.

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} \qquad (4.1)$$

$w \ \frac{m}{sec}$	mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Gases oder der Flüssigkeit
$d \ m$	längenspezifische Größe, die für den Strömungsvorgang charakteristisch ist z.B. bei Rohrströmungen der Innendurchmesser bei Kanalströmungen der hydraulische Durchmesser
$\nu \ \frac{m^2}{sec}$	kinematische Viskosität (Zähigkeit)

Folgende Strömungsbereiche werden angegeben:

$Re < 2320$ laminare Strömung

$2320 < Re < 10000$ Übergangsbereich

$10000 < Re$ turbulente Strömung

(Herleitung der Reynolds'schen Kennzahl; siehe Anlage TW A 01)

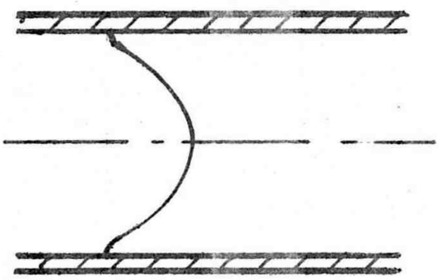


Abb.: 4.1 a
laminare Strömung

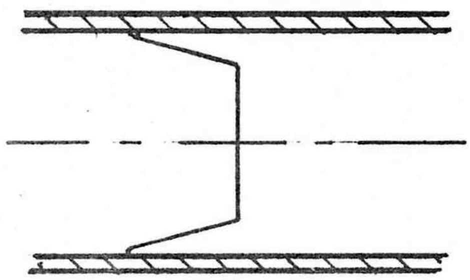


Abb.: 4.1b
turbulente Strömung

Strömungsprofile

Wie aus beiden Darstellungen zu ersehen ist, ist der Anstieg der Geschwindigkeiten sehr unterschiedlich. Bei der laminaren Strömung ist der Anstieg des Ge-

schwindigkeitsprofiles geringer als bei turbulenter Strömung.
Diese Überlegungen lassen sich zur Erklärung von Wärmeübertragungsvorgängen direkt heranziehen.
Bei laminarer Strömung verweilen die Moleküle in der Randzone länger als bei turbulenter Strömung. Daraus ergibt sich, daß bei laminarer Strömung für den Übertragungsvorgang die Wärmeleitung durch das Medium mehr bestimmend sein wird, während bei turbulenter Strömung die Bewegung der Moleküle quer zur Achsrichtung den Übertragungsvorgang beeinflussen.
Zusätzlich ist noch zu beachten, daß während des Wärübertragungsvorganges Phasenänderungen auftreten können, z.B. Verdampfung oder Kondensation, Durch Phasenumwandlungsvorgänge wird die Wärmeübertragung erheblich beeinflüßt.

4.1 Wärmeübergangszahlen bei Vorgängen ohne Phasenänderung

Bei Strömungsvorgängen, bei denen keine Phasenänderung auftritt, kann zur Bestimmung der Wärmeübergangszahl folgende allgemein gültige Beziehung aufgestellt werden.

$$Nu = const. \cdot Re^{m_1} \cdot Pr^{m_2} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{m_3} \qquad (4.2)$$

Darin bedeuten:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} \qquad \text{Reynolds'sche Kennzahl} \qquad (4.1)$$

$$Pr = \frac{\nu}{a} \qquad \text{Prandtl'sche Kannzahl} \qquad (4.2)$$

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \qquad \text{Nußelt'sche Kennzahl} \qquad (4.3)$$

$$Pe = Re \cdot Pr \qquad \text{Peclet'sche Kennzahl} \qquad (4.4)$$

$$Pe = \frac{w \cdot d}{a}$$

$$a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho} \qquad \text{Temperaturleitzahl} \qquad (4.5)$$

4.111 W ä r m e ü b e r g a n g s z a h l e n bei turbulenter Strömung

Aus Messungen sind für turbulent strömende Stoffe folgende Gleichungen für Rohrströmungen in glatten Rohren entwickelt worden:

Gase und Dämpfe: (Hausen H.)

$$Nu = 0{,}0326 \cdot Re^{0{,}786} \cdot Pr^{0{,}45} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054} \qquad (4.6)$$

Der Gültigkeitsbereich dieser Gleichung ist:

$Re > 10^4$; $0{,}7 < Pr < 10$

Bezugstemperatur für die stoffspezifischen Daten:

$$t_{Bezug} = t_{mGr} = \frac{t_{mM} + t_W}{2}$$

Flüssigkeiten:

Die Wiedergabe der Wärmeübertragungsvorgänge bei Flüssigkeiten ist auf größere Schwierigkeiten gestoßen, da bei Flüssigkeiten eine größere Temperaturabhängigkeit der Viskosität als bei Gasen gegeben ist. (Abb.: 4.2)

Diese Abhängigkeit schlägt sich in der Grenzschichtdicke nieder, die dann eine von der Wärmetransportrichtung abhängige Größe darstellt.

So ist bei gleicher mittlerer Grenzschichttemperatur die Grenzschicht bei einem Abkühlungsvorgang dicker als bei einem Erwärmungsprozess. (Abb.: 4.3)

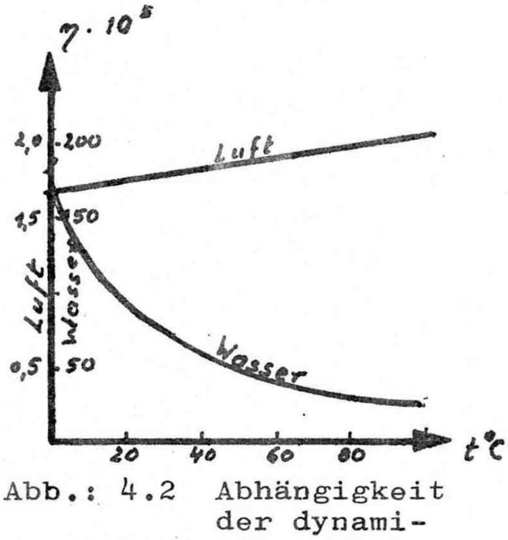


Abb.: 4.2 Abhängigkeit der dynamischen Viskosität von der der Temperatur

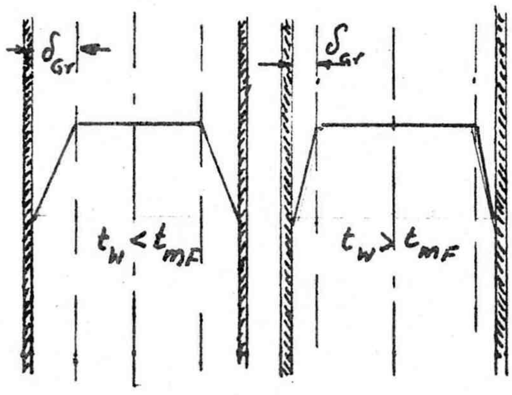


Abb.: 4.3 Abhängigkeit der Grenzschichtdicke bei der Kühlung und Beheizung einer Flüssigkeit

H. Kraußold gibt folgende Gleichung an:

Beheizung:

$$Nu = 0{,}032 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^{0{,}37} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054} \qquad (4.7)$$

Kühlung:

$$Nu = 0{,}032 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^{0{,}3} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054} \qquad (4.8)$$

Bezugstemperatur = mittlere Flüssigkeitstemperatur

$$t_{ml} = \frac{t_{11} + t_{12}}{2}$$

Bereits Kraußold hat darauf hingewiesen, daß diese Gleichungen im Bereich $2300 < Re < 10^4$ zu große Werte ergeben.

H. Hausen gibt folgende Gleichung zur Berechnung der Wärmeübergangszahl turbulent strömender Flüssigkeiten an, die sowohl für die Beheizung wie auch für die Kühlung gilt:

$$Nu = 0{,}116 \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{2/3}-125\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14} \qquad (4.9)$$

Gültigkeitsbereich: $Re > 2300$; $Pr > 1$

Die stoffspezifischen Daten werden auf die mittlere Flüssigkeitstemperatur bezogen. Eine Ausnahme macht die dynamische Viskosität η_W; diese wird auf die mittlere Wandtemperatur bezogen.

Diese Gleichung ist auch auf turbulent strömende Gase und Dämpfe anzuwenden. In diesem Fall ist $\eta_1 = \eta_W$.

H. Hausen gibt eine neuere Gleichung zur Berechnung der Wärmeübergangszahl an, die in einem größeren Bereich Gültigkeit hat.

$$Nu = 0{,}037 \cdot \left(Re^{0{,}75}-180\right) \cdot Pr^{0{,}42} \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14} \qquad (4.10)$$

Gültigkeitsbereich:

$2300 < Re < 10^6$; $0{,}6 < Pr < 500$

Bezugstemperatur:

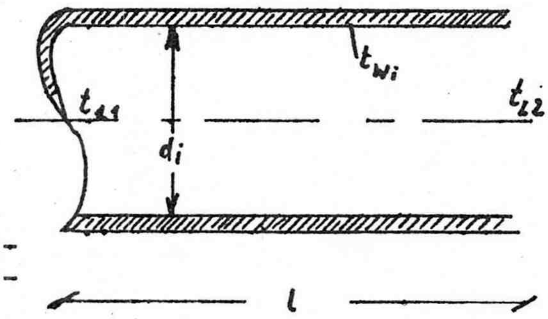
Alle stoffspezifischen Daten werden bis auf η_W auf die mittlere Flüssigkeitstemperatur bezogen. Die dynamische Viskosität η_W wird auf die mittlere Wandtemperatur bezogen.

Diese Gleichung kann sowohl für turbulent strömende Flüssigkeiten wie auch turbulent strömende Gase und Dämpfe angewendet werden.

Beispiel: 4.1

In einem Rohr mit einem Innendurchmesser 50mm soll Luft bei einem Druck von 1bar und einer Temperatur von 20°C auf 60°C erwärmt werden. Die Strömungsgeschwindigkeit der Luft ist 7 m/sec. Im Rohr kann mit einer mittleren Wandtemperatur (Innenwandtemperatur) von 120°C gerechnet werden. Das Rohr hat eine Länge von 10m.
Es ist die Wärmeübergangszahl an der Rohrinnenwand zu berechnen.

Lösung:
gegeben: $t_{Wi} = 120°C$
$t_{L1} = 20°C$
$t_{L2} = 60°C$
$w_L = 7\ m/sec$
$l = 10\ m$
$d_i = 0{,}05m$



Skizze:

Es ist die Wärmeübergangszahl in einem Rohr bei erzwungener Konvektion zu berechnen.
Es findet keine Phasenänderung statt.
Zu prüfen ist, ob turbulente oder laminare Strömung herrscht.
Lösungsweg:
1. Bestimmung der Re-Zahl
2. Bestimmung der Pr-Zahl
3. Bestimmung der Nu-Zahl
4. Berechnung der Wärmeübergangszahl

1. Re-Zahl:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} \qquad (4.1)$$

kinematische Zähigkeit wird der Tabelle 3.1 entnommen.
Bezugstemperatur $t_{mL} = \frac{t_{L1} + t_{L2}}{2} = 40°C$

$\nu_{mL} = 16{,}97 \cdot 10^{-6}\ m^2/sec$

$$Re = \frac{7 \cdot 0{,}05}{16{,}97 \cdot 10^{-6}} = 20{,}62 \cdot 10^3$$ turbulente Strömung

2. Pr-Zahl

Die Prandtl'sche Kennzahl wird ebenfalls der Tabelle 3.1 entnommen.

$Pr = 0{,}711$

3. Nu-Zahl

Randbedingungen, die zu beachten sind, um die richtige Gleichung zu wählen:
$Re = 20{,}62 . 10^3 > 10^4$
$Pr = 0{,}711 > 0{,}7$
strömender Stoff ist ein Gas;
folgende Gleichungen können zur Berechnung der Nußelt'schen-Kennzahl zur Anwendung gelangen:
Gleichung (4.6)

$$Nu = 0{,}0326 \cdot Re^{0{,}786} \cdot Pr^{0{,}45} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054}$$

Gleichung (4.10)

$$Nu = 0{,}037 \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{0{,}75}-180\right) \cdot Pr^{0{,}42} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

Die Nu-Zahl soll nach beiden Gleichungen berechnet werden.

Berechnung nach Gleichung (4.6)

$$Nu = 0{,}0326 \cdot Re^{0{,}786} \cdot Pr^{0{,}45} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054}$$

Randbedingungen sind:
$Re > 10^4$
$0{,}7 < Pr < 10$

$$t_{Bezug} = \frac{t_{mL} + t_W}{2} = \frac{40 + 120}{2} = 80^\circ C$$

Alle stoffspezifischen Daten -auch die, die zur Ermittlung der Kennzahlen benötigt werden, sind auf diese Bezugstemperatur umzurechnen.
$\nu_{80} = 20{,}94 . 10^{-6}$
$Pr_{80} = 0{,}708$

Es erhebt sich nun noch die Frage, ob noch weitere stoffspezifische Daten auf die Berechnung der Kennzahlen von Einfluß sind?
In einem Rohr wird der Massenstrom konstant gehalten. Da aber die Strömungsgeschwindigkeit mit Hilfe der Kontinuitätsgleichung aus dem Massenstrom berechnet wird, ist ersichtlich, daß hier eine Temperaturabhängigkeit gegeben ist.
Kontinuitätsgleichung:

$$w = \frac{\dot{m}}{\varrho \cdot A_q} \qquad (4.11)$$

Bei gasförmigen Stoffen kann die Dichte als Funktion der Temperatur durch die allgemeine Gasgleichung ausgedrückt werden.
Allgemeine Gasgleichung:

$$p \cdot v = R \cdot T \qquad (4.12)$$

spezifisches Volumen $v = \frac{1}{\varrho}$

nach der Dichte aufgelöst ergibt sich:

$$\varrho = \frac{p}{R \cdot T}$$

In die Kontinuitätsgleichung eingesetzt ergibt sich:

$$w = \frac{\dot{m} \cdot R \cdot T}{p \cdot A_q}$$

Damit ergibt sich Folgendes:

w_1 ist die Strömungsgeschwindigkeit bei der Temperatur T_1

w_2 ist die Strömungsgeschwindigkeit bei der Temperatur T_2

bei konstantem Massenstrom, konstantem Druck und konstantem Strömungsquerschnitt

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

oder

$$\frac{Re_1}{Re_2} = \frac{w_1 \cdot d \cdot \nu_2}{\nu_1 \cdot w_2 \cdot d} = \frac{\nu_2 \cdot T_1}{\nu_1 \cdot T_2}$$

Die Re-Zahl bei der mittleren Grenzschichttemperatur ist demnach:

$$Re_{mGr} = \frac{Re_{mL} \cdot \nu_1 \cdot T_{mGr}}{\nu_2 \cdot T_{mL}}$$

$$= \frac{20{,}62 \cdot 10^3 \cdot 16{,}97 \cdot 10^{-6} \cdot 353}{20{,}94 \cdot 10^{-6} \cdot 313} = 18{,}85 \cdot 10^3$$

$$Nu = 0{,}0326 \cdot 18850^{0{,}786} \cdot 0{,}708^{0{,}45} \cdot \left(\frac{0{,}05}{10}\right)^{0{,}054}$$

$$Nu = 48$$

Berechnung der Nußelt'schen Kennzahl nach Gleichung (4.10)

$$Nu = 0{,}037 \cdot \left(1 + \left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{0{,}75} - 180\right) \cdot Pr^{0{,}42} \cdot \left(\frac{\eta_L}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

Randbedingungen:
$Re > 2300$
$Pr > 0{,}6$
Bezugstemperatur:
Bis auf η_W werden alle stoffspezifischen Daten auf die mittlere Lufttemperatur bezogen.

$\eta_L = 1{,}91 \cdot 10^{-5}$ kg/m.sec

$\eta_W = 2{,}27 \cdot 10^{-5}$ kg/m.sec

$$Nu = 0{,}037 \cdot \left(1 + \left(\frac{0{,}05}{10}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(20620^{0{,}75} - 180\right) \cdot 0{,}711^{0{,}42} \cdot \left(\frac{1{,}91 \cdot 10^{-5}}{2{,}27 \cdot 10^{-5}}\right)^{0{,}14}$$

$$Nu = 50$$

Die beiden Gleichungen ergeben unterschiedliche Nu-Zahlen. Die Ergebnisse sind richtig. Der Unterschied liegt darin begründet, daß die Gleichungen zur Bestimmung der Nu-Zahl aufgrund von Meßwerten gewonnen wurden.

Die ermittelten Nu-Zahlen ermöglichen nun die Bestimmung der Wärmeübergangszahl.
Dabei ist zu beachten, daß auch in diesem Fall auf die Bezugstemperaturen der stoffspezifischen Zahlen zu achten ist.

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} \qquad \text{siehe Gleichung (4.2)}$$

Die Wärmeübergangszahl aus der mit Gleichung (4.6) ermittelten Nu-Zahl

$$\lambda_{80} = 0{,}0299 \ \frac{W}{m \cdot grd}$$

$$\alpha = \frac{48 \cdot 0{,}0299}{0{,}05} = \underline{\underline{28{,}7 \ \frac{W}{m^2 \cdot grd}}}$$

Die Wärmeübergangszahl aus der mit Gleichung (4.10) ermittelten Nu-Zahl

$$\lambda_{40} = 0{,}0271 \ \frac{W}{m \cdot grd}$$

$$\alpha = \frac{50 \cdot 0{,}0271}{0{,}05} = \underline{\underline{27{,}2 \ \frac{W}{m^2 \cdot grd}}}$$

Beispiel: 4.2

Durch ein Rohr NW65 mit 3mm Wandstärke werden stündlich 240kg Wasser mit einer mittleren Temperatur von 80°C gefördert. Das Rohr besteht aus Stahl ($\lambda_{St} = 40 \frac{W}{m.grd}$) Es hat eine Länge von 10m.
Die Wärmeübergangszahl an der Rohraußenseite wird mit $\alpha_a = 25 \frac{W}{m^2.grd}$ angegeben.
Wie groß sind die Wärmeverluste?bei einer Umgebungstemperatur von 20°C?

Lösung::

gegeben

$t_{mW} = 80°C$

$t_U = 20°C$

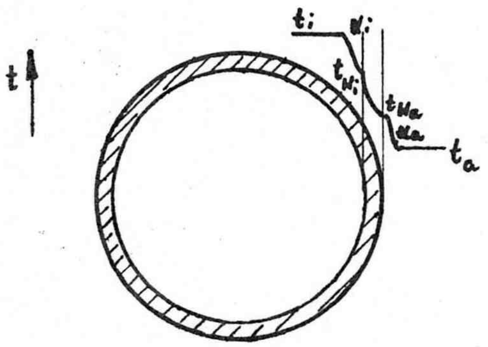
$\alpha_a = 25 \frac{W}{m^2.grd}$

$\lambda_{St} = 40 \frac{W}{m.grd}$

$d_i = 0{,}065m$

$d_a = 0{,}071m$

$l = 10 \ m$



Skizze

Es ist der Wärmedurchgang durch eine Rohrwand zu bestimmen. Da die Voraussetzung zur Berechnung des Wärmeübergangs an der Rohraußenseite sowie zur Ermittlung des Wärmedurchganges durch die Rohrwand gegeben sind, ist es lediglich notwendig, den Wärmeübertragungsvorgang an der Rohrinnenseite zu berechnen.
Es handelt sich um erzwungene Strömung; eine Phasenänderung findet nicht statt.
Lösungsweg:

1. Bestimmung der Re-Zahl
2. Bestimmung der Pr-Zahl
3. Bestimmung der Nu-Zahl
4. Bestimmung der Wärmeübergangszahl α_i
5. Berechnung der Wärmeverluste

1. Re-Zahl

$$Re= \frac{w \ . \ d}{\nu} = \frac{\dot{m} \ . \ d}{A_q . \varrho . \nu} = \frac{\dot{m} \ .d \ . \ 4}{d^2 . \pi . \varrho . \nu} \qquad (4.1)$$

stoffspezifische Daten auf die mittlere Temperatur des strömenden Medium beziehen. t = 80°C

$= 971{,}8 \ kg/m^3$
$= \ 0{,}365.10^{-6} \ m^2/sec$

$$Re = \frac{240.0{,}065 \ .4}{3600.0{,}065^2. \pi . \ 971{,}8.0{,}365.10^{-6}}$$

$$= \frac{240 \quad . \quad 4}{3{,}6.10^3.0{,}065.\pi . \ 971{,}8.0{,}365.10^{-6}} =3{,}68.10^3$$

Re > 2300

2. Pr-Zahl

$Pr = 2{,}23$

3. Nu-Zahl

Randbedingungen, die zu beachten sind, um die richtige Gleichung zu wählen.

$Re = 3680 > 2300$

$Pr\ 2{,}23 > 1$

Demnach kann sowohl die Gleichung (4.9) als auch die Gleichung (4.10) zur Berechnung der Nußel'schen Kennzahl gewählt werden

Gleichung (4.9)

$$Nu = 0{,}116 \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{2/3}-125\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

Gleichung (4.10)

$$Nu = 0{,}037 \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{0{,}75}-180\right) \cdot Pr^{0{,}42} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

Berechnung nach Gleichung (4.9)

$$Nu = 0{,}116 \cdot \left(1+\left(\frac{d}{L}\right)^{2/3}\right) \cdot \left(Re^{2/3}-125\right) \cdot Pr^{1/3} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

Randbedingungen

$Re > 2300$; $Pr > 1$

stoffspezifische Daten sind bis auf η_W auf die mittlere Temperatur des strömenden Mediums zu beziehen

$\eta_1 = 0{,}355 \cdot 10^{-3}$ kg/m.sec

η_W kann erst dann abgelesen werden, wenn die mittlere Innenwandtemperatur bekannt ist.

Um zu einem Ergebnis zu gelangen, muß die Innenwandtemperatur geschätzt werden.

Bei stationären Bedingungen muß Folgendes gelten:

$$\dot{Q} = k_o \cdot l \cdot (t_i - t_a) \qquad (3.11)$$

$$\dot{Q} = \alpha_i \cdot A_{oi} \cdot (t_i - t_{Wi}) \qquad (3.2)$$

$$\dot{Q} = \frac{\pi \cdot l}{\frac{1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln\frac{d_a}{d_i} + \frac{1}{\alpha_a \cdot d_a}} \cdot (t_{Wi} - t_a) \qquad (3.8)$$

Man beachte, daß nur der Temperaturverlauf von der Innenwandoberfläche bis zur Umgebung berücksichtigt wird.

Mit Hilfe der Nu-Zahl wird α_i berechnet.

$$Nu = \frac{\alpha_i \cdot d_i}{\lambda} \qquad (4.3)$$

$$\alpha_i = \frac{Nu \cdot \lambda}{d_i}$$

Die Nußelt'sche Kannzahl wird bis auf das Verhältnis der Viskositäten numerisch berechnet.

$$Nu = 0,116.(1+(\frac{0,065}{100})^{2/3}).(3680^{2/3}-125).2,25^{1/3}.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}$$

$$Nu = 17,83.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}$$

$$\alpha_i = \frac{17,83 \cdot 0,669}{0,065} \cdot (\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14} = 183,5.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}$$

$$\dot{Q} = 183,5.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}.0,065.\pi \cdot 10.(80-t_{Wi})$$

$$\dot{Q} = 374,7.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}.(80 - t_{Wi})$$

$$\dot{Q} = \frac{\pi . 10}{\frac{1}{2.40}.\ln\frac{0,071}{0,065} + \frac{1}{25.0,071}} \cdot (t_{Wi} - 20)$$

Daraus ergibt sich:

$$374,7.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}.(80-t_{Wi}) = 55,65.(t_{Wi}-20)$$

$$6,73.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}.(80-t_{Wi}) = (t_{Wi}-20)$$

Geschätzte Wandtemperatur: $t_{Wi} = 70^\circ C$

$\eta_W = 0,404.10^{-3}$

$$6,73.(\frac{0,355.10^{-3}}{0,404.10^{-3}})^{0,14}.(80-t_{Wi}) = (t_{Wi}-20)$$

Die Temperatur, die sich errechnen läßt, beträgt $t_{Wi} = 72,11^\circ C$. Eine erneute Schätzung ist nicht notwendig; denn die Korrektur würde nur eine geringe Änderung ergeben, die im Rahmen der Genauigkeit der vorgegebenen Beziehungen liegt.

Auf sehr unterschiedliche Weise läßt sich nun der Wärmeverlust berechnen.

z.B. $\dot{Q} = 55,65 \cdot (72 - 20) = 2,894$ kW

oder $\dot{Q} = 374,7.(\frac{0,355.10^{-3}}{0,3942.10^{-3}})^{0,14}.(80 - 72)$

$\dot{Q} = 2,954$ kW

Berechnung nach Gleichung(4.10)

$$Nu=0,037.(1+(\frac{d}{L})^{2/3}).(Re^{0,75}-180).Pr^{0,42}.(\frac{\eta_1}{\eta_W})^{0,14}$$

Randbedingungen:

$2300 < Re < 10^6$; $0,6 < Pr < 500$

stoffspezifische Daten werden bis auf η_W auf die mittlere Temperatur des strömenden Mediums bezogen.

Der zu beschreitende Lösungsweg ist bereits bei der Problemlösung mit Gleichung (4.9) dargestellt worden.

$$Nu = 15{,}75 \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0,14}$$

$$\alpha_i = 162{,}1 \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0,14} \quad \frac{W}{m^2 \cdot grd}$$

$$331 \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0,14} \cdot (80 - t_{Wi}) = 55{,}65 \cdot (t_{Wi} - 20)$$

Mit einer geschätzten Temperatur von 70°C errechnet sich eine Innenwandtemperatur von 71,3°C. Damit ergibt sich, daß sich auch mit dieser Beziehung die Wärmeverluste des Rohres in gleicher Größe bewegen.

Aufgabe: 4.1

Luft mit einer mittleren Temperatur von $t_{mL} = 60^{o}C$ bei einem Druck von 1bar strömt durch ein 20m langes Rohr mit einer Nennweite von NW 25 und einer Wandstärke von 2,5mm. Die Geschwindigkeit der Luft beträgt 4,5m/sec. Welcher Wärmeverlust ergibt sich, wenn mit einer Rohrwandtemperatur von 25°C gerechnet werden kann?

Aufgabe: 4.2

In einem Wärmeübertragungsapparat sollen stündlich 1000 kg Luft von 20°C auf 60°C erhitzt werden. Der Apparat besteht aus 20 Rohren mit einem Innendurchmesser von je 50mm, die eine Wandstärke von 2,5mm haben.
Wie lang sind die Rohre zu wählen, wenn als Heizmedium kondensierender Wasserdampf dient, mit dem eine Wandinnentemperatur von 120°C aufrecht erhalten werden kann?
Auf welchen Wert sinkt die Lufttemperatur am Austritt, wenn der Wärmeübertragungsapparat mit 20% mehr Luft gefahren wird?

Aufgabe: 4.3

Durch ein Rohr mit 50mm Innendurchmesser und einer Länge von 5m strömt ein Stoff mit den Eigenschaften von Wasser. Der Stoff kühlt sich beim Durchgang durch das Rohr von 65°C auf 35°C ab. Die mittlere Wandtemperatur wird mit 20°C angegeben, die mittlere Strömungsgeschwindigkeit mit 0,06m/sec .
Welche Wärme wird durch Konvektion übertragen?

Aufgabe: 4.4

Durch ein Rohr mit einer lichten Weite von 40mm und einer Länge von 10m strömt Luft, die sich von 20°C auf 140°C erwärmt. Das Rohr hat eine mittlere Wandtemperatur von 180°C. Stündlich wird an den Luftstrom eine Wärme von 2,98 kWh übertragen.
Welche Luftmenge strömt stündlich durch das Rohr?
Wird die vorgegebene Rohrlänge benötigt?

4.112 Wärmeübergangszahlen bei laminarer Strömung im Rohr

Bei laminarer Strömung wird der Wärmeleitvorgang durch den strömenden Stoff für den Wärmeübergang bestimmend sein, da der Impulsaustausch zwischen den einzelnen Stromfäden seltener stattfindet als bei turbulenter Strömung. Aus der Strömungslehre ist aber bekannt, daß sich ein eindeutiges Strömungsprofil in einem Rohr erst nach einer Anlaufstrecke einstellt. In der Anlaufstrekke gleichen die Strömungsbedingungen denen bei turbulenter Strömung. Hier sind demnach andere Wärmeübertragungsbedingungen zu erwarten als bei einer ausgebildeten laminaren Strömung.

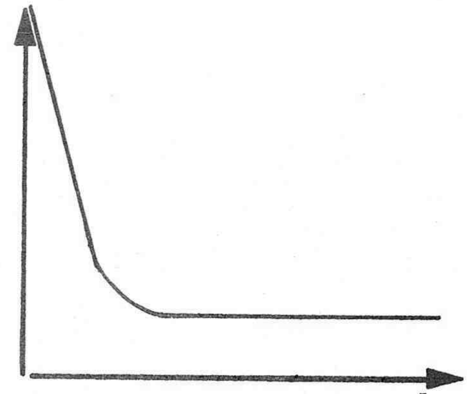


Abb.: 4.4 Abhängigkeit der Nußelt'schen Kennzahl vom Verhälnis $\frac{L}{Pe.d}$ bei laminarer Rohrströmung

H. Hausen hat die vorhandenen Meßwerte zusammengefaßt und fand eine Abhängigkeit der Nußelt'schen Kennzahl vom Verhältnis $\frac{L}{Pe.d}$. Wie das nebenstehende Bild zeigt, besteht eine große Abhängigkeit der Nu-Zahl bei **kleinen** Werten von $\frac{L}{Pe.d}$, d.h. bei kleinen L, also im bereich der Anlaufstreke. Je länger das Rohr wird um so größer wird das Verhältnis $\frac{L}{Pe.d}$.

Bei ausgebildeter laminarer Rohrstömung nimmt die Abhängigkeit der Nu-Zahl vom Verhältnis $\frac{L}{Pe.d}$ ab. und nähert sich einem konstanten Wert.

Folgende für laminare Rohrstömungen für Gase, Dämpfe und Flüssigkeiten allgemein gültige Gleichung ist von Hausen ermittelt worden:

$$Nu = \left[3{,}65 + \frac{0{,}0668 \cdot \frac{Pe.d}{L}}{1 + 0{,}045 \cdot \left(\frac{Pe.d}{L}\right)^{2/3}} \right] \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14} \qquad (4.11)$$

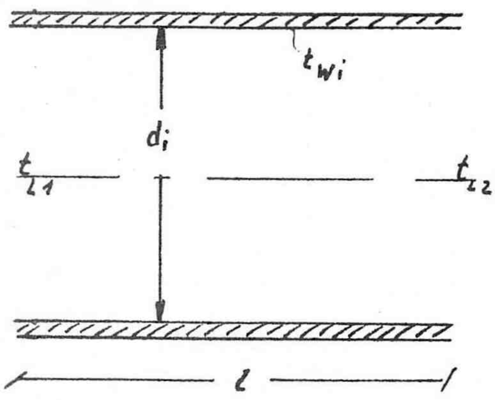
Randbedingungen: $Re < 2300$; $0,6 < Pr < 500$
alle stoffspezifischen Daten sind bis auf η_W auf die mittlere Fluidtemperatur zu beziehen.

Beispiel: 4.3

In einem Rohr von 10m Länge und einem Innendurchmesser von 50mm soll Luft bei einem Druck von 1bar und einer Temperatur von 20°C auf 60°C erwärmt werden. Die Strömungsgeschwindigkeit der Luft beträgt 0,5 m/sec. Im Rohr kann mit einer mittleren Wandinnentemperatur von 120°C gerechnet werden.
Mit welcher Wärmeübergangszahl muß auf der Rohrinnenseite gerechnet werden?

Lösung:
gegeben:

$t_{Wi} = 120°C$
$t_{L1} = 20°C$
$t_{L2} = 60°C$
$w_L = 0,5 m/sec$
$l = 10 m$
$d_i = 0,05 m$



Skizze:

Es ist die Wärmeübergangszahl in einem Rohr bei erzwungener Konvektion zu berechnen.
Es findet keine Phasenänderung statt.
Zu prüfen ist, ob turbulente oder laminare Strömung herrscht.
Lösungsweg:

1. Bestimmung der Re-Zahl
2. Bestimmung der Pr-Zahl
3. Bestimmung der Nu-Zahl
4. Berechnung der Wärmeübergangszahl

1. Re-Zahl:

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} \qquad (4.1)$$

kinematische Viskosität wird der Tabelle 3.1 entnommen
Bezugstemperatur mittlere Lufttemperatur

$t_{Bezug} = 40°C$

$\nu_{40} = 16,97 \cdot 10^{-6}\ m^2/sec$

$$Re = \frac{0,5 \cdot 0,05}{16,97 \cdot 10^{-6}} = 1,473 \cdot 10^3$$ laminare Strömung

2. Pr-Zahl:

$Pr = 0,711$

3. Nu-Zahl

Die Nußelt'sche Kennzahl wird mit Gleichung (4.11) berechnet.

$$Nu = \left[3{,}65 + \frac{0{,}0668 \cdot \frac{Pe \cdot d}{L}}{1 + 0{,}045 \cdot \left(\frac{Pe \cdot d}{L}\right)^{2/3}}\right] \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{0{,}14}$$

$$Pe = Re \cdot Pr \qquad (4.4)$$

$$\eta_1 = 1{,}91 \cdot 10^{-5}\ kg/m \cdot sec$$

$$\eta_W = 2{,}27 \cdot 10^{-5}\ kg/m \cdot sec$$

$$Pe = 1473 \cdot 0{,}711 = 1047$$

$$\frac{Pe \cdot d}{L} = \frac{1047 \cdot 0{,}05}{10} = 5{,}24$$

$$\left(\frac{Pe \cdot d}{L}\right)^{2/3} = 3{,}017$$

$$Nu = \left[3{,}65 + \frac{0{,}0668 \cdot 5{,}24}{1 + 0{,}045 \cdot 3{,}017}\right] \cdot \left(\frac{1{,}91 \cdot 10^{-5}}{2{,}27 \cdot 10^{-5}}\right)^{0{,}14}$$

$$Nu = 3{,}863$$

4. Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}$$

$$\lambda_{40} = 0{,}0271\ \frac{W}{m \cdot grd}$$

$$\alpha_i = \frac{3{,}863 \cdot 0{,}0271}{0{,}05} = \underline{\underline{2{,}094}}\ \frac{W}{m^2 \cdot grd}$$

Aufgabe: 4.5

In einem Rohr sollen stündlich 120kg Wasser mit einer Temperatur von 80°C strömen. Das Rohr hat eine lichte Weite von 65mm und eine Wandstärke von 3mm. Der Rohrwerkstoff ist Stahl (λ_{St} = 40 W/m.grd). Das Rohr hat eine Länge von 25m. Die Wärmeübergangszahl an der Rohraußenseite beträgt 20 W/m^2.grd, die Umgebungstemperatur wird mit 20°C angegeben.
Wie groß ist der Wärmeverlust?

Aufgabe: 4.6

Durch ein Rohr mit 500mm lichter Weite und 20m Länge strömen stündlich 50kg Luft mit einer mittleren Gastemperatur von 60°C. Das Rohr hat eine mittlere Wandtemperatur von 100°C.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?

Aufgabe: 4.7

In einem Wärmeübertragungsapparat, der aus 20 Rohren mit der lichten Weite von 0,1m und einer Länge von 2,5m besteht, wird Wärme von einem Gas folgender Zusammensetzung (CO_2= 15Vol%; N_2= 80Vol%; O_2= 5Vol%) an die Rohrwände übertragen. Stündlich strömen 200kg Gas durch die Rohre. Das Gas kühlt sich auf dem Wege durch das Rohr von 300°C auf 200°C ab. Die Rohrwände haben eine durchschnittliche Temperatur von 150°C.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann für die durch Konvektion übertragene Wärme gerechnet werden?

4.12 Wärmeübergangszahlen bei erzwungener Strömung in Kanälen ohne Kreisquerschnitt -hydraulischer Durchmesser-

Es erhebt sich nun die Frage, ob die für Rohre hergeleiteten Gleichungen auch auf Strömungskanäle mit nicht kreisförmigem Querschnitt anwendbar sind. Folgende Überlegungen haben zur Einführung eines Vergleichsdurchmessers, hydraulischer Durchmesser, geführt.

Es wird bei einem Strömungskanal der Querschnitt mit dem Kanalumfang verglichen. Auf Rohrquerschnitte bezogen ergibt sich aus dem Verhältnis folgendes:

$$\frac{A_q}{U} = \frac{d^2 . \pi}{4 . d . \pi} = \frac{d}{4}$$

d.h., daß bei einer Durchmesserberechnung mit Hilfe dieses Verhältnisses, so ergibt sich ein Viertel des wirklichen Wertes.

Demnach wird der hydraulische Durchmesser wie folgt berechnet:

$$d_{hy} = \frac{4 . A_q}{U} \tag{4.12}$$

Der derart berechnete hydraulische Durchmesser kann in die Gleichungen zur Berechnung der Wärmeübergangszahlen eingeführt werden.

Beispiel: 4.4

Es ist der hydraulische Durchmesser eines Kanals mit quadratischem Querschnitt zu bestimmen.
Der Kanal hat eine Kantenlänge von 0,25m.

$$d_{hy} = \frac{4 . 0{,}25^2}{4 . 0{,}25} = 0{,}25 \text{ m}$$

Beispiel: 4.5

Es soll der hydraulische Durchmesser eines Kanals mit Rechteckquerschnitt zu bestimmen.
Der Kanal hat eine Querschnitt von 0,3 . 0,6 m.

$$d_{hy} = \frac{4 . 0{,}3 . 0{,}6}{2 . (0{,}3 + 0{,}6)} = \frac{0{,}72}{1{,}8} = 0{,}4 \text{m}$$

Aufgabe: 4.8

Wie groß ist der hydraulische Durchmesser des Ringraumes einer Wärmeübertragungsapparates, der aus zwei konzentrisch angeordneten Rohren besteht?
Das Kernrohr hat der Außendurchmesser d_{aK}, das Mantelrohr hat der Innendurchmesser d_{iM}.

Aufgabe: 4.9

Ein Wärmeübertragungsapparat bestehe aus einem Mantelrohr, das an beiden Seiten durch eine Stirnplatte verschlossen ist. In diese Stirnplatten sind n kleinere Rohre eingeschweißt.
Es soll der hydraulische Durchmesser bestimmt werden.
Mantelrohrdurchmesser d_{iM}
Außendurchmesser der n kleineren Rohre d_a

Aufgabe: 4.10

Durch einen Kanal mit den Abmessungen 0,6x0,3m strömen stündlich 3600kg Luft. Diese Luft hat eine mittlere Temperatur von 60°C. Die Kanalwandtemperatur ist gemessen worden; sie beträgt im Durchschnitt 30°C.
Die Kanallänge wird mit 15m angegeben.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann auf der Innenseite des Kanals gerechnet werden?

Aufgabe: 4.11

Durch einen Betonkanal mit Rechteckquerschnitt 0,4x0,5m und einer Länge von 20m sollen stündlich 200kg einer Lösung mit den Eigenschaften von Wasser transportiert werden. Die Lösung hat eine Eintrittstemperatur von 100°C und eine Austrittstemperatur von 70°C. Die mittlere Innenwandtemperatur des Kanals beträgt 50°C.
Welche Wärme wird von der Lösung an die Kanalwand übertragen?
Welche Wärmeübergangszahl kann für den Wärmeübergang eingesetzt werden?

4.13 Wärmeübergangszahlen bei quer angeströmten Rohren

Wärmeübergangsprobleme bei quer angeströmten Rohren sind in der Technik häufig zu lösen, z.B. Heizregister in einer Luftschleuse oder in einer Klimaanlage, Hitzdrahtanemometer u.a.m.
Aus der technischen Strömungslehre ist bekannt, daß es bei der Ausbildung eines Strömungsprofiles wesentlich ist, ob ein Rohr allein angeströmt wird oder ob ein Rohrregister vorhanden ist, das quer angeströmt wird.

4.131 Wärmeübergangszahlen bei quer angeströmten einzelnen Rohren

R. Hilpert hat folgende Gleichungen zur Berechnung der Nußelt'schen Kennzahl bei quer angeströmten Rohren entwickelt.

Für Gase:

$$Nu = 1{,}167 \cdot K_1 \cdot Re^{m_1} \cdot Pr^{0{,}45} \cdot \left(0{,}785 \cdot \frac{T_W}{T_1}\right)^{m_1/4} \qquad (4.13)$$

Bezugsbedingungen:

$$0{,}5 < Pr < 10$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Für Flüssigkeiten:

$$Nu = 1{,}12 \cdot K_1 \cdot Re^{m_1} \cdot Pr^{0{,}33} \cdot \left(0{,}785 \cdot \frac{T_W}{T_1}\right)^{m_1/4} \qquad (4.14)$$

Bezugsbedingungen:

$$1 < Pr < 103$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Alle stoffspezifischen Daten sind auf die mittlere Grenzschichttemperatur zu beziehen $t_{mGr} = 0{,}5 \cdot (t_w + t_1)$
Die Geschwindigkeit zur Berechnung der Re-Zahl wird auf die mittlere Mediumtemperatur bezogen. Als kennzeichnende längenspezifische Größe zur Bestimmung der Nu-Zahl und der Re-Zahl ist der Außendurchmesser zu wählen.
Die in den Gleichungen (4.13) und (4.14) eingeführten Größen K_1 und m_1 sind von der Re-Zahl abhängig. Sie können der Tabelle 4.1 auf folgender Seite entnommen werden.

Tabelle 4.1 K_1 und m_1 als Funktion der Re-Zahl für quer angeströmte Rohre

Reynolds'sche Kennzahl	K_1	m_1
1 bis 4	0,891	0,33
4 bis 40	0,821	0,385
40 bis $4 \cdot 10^3$	0,615	0,466
$4 \cdot 10^3$ bis $4 \cdot 10^4$	0,174	0,618
$4 \cdot 10^4$ bis $4 \cdot 10^5$	0,0239	0,805

Die Gleichungen (4.13) und (4.14) können auch für nicht zylindrische Profile angewendet werden. Es ist in diesem Fall die Höhe des Schattenrisses als kennzeichnende Längeneinheit einzusetzen.

Beispiel: 4.6

Ein Rohr von 6m Länge, NW 45x2,5, hat eine durchschnittliche Oberflächentemperatur von 170°C. Dieses Rohr wird von Luft mit einer durchschnittlichen Temperatur von 30°C und einem Druck von 760 Torr quer angeströmt. Die Luftgeschwindigkeit beträgt 4m/sec.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?
Welche Wärme wird stündlich übertragen?

Lösung:

gegeben:

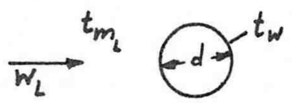
$t_W = 170°C$

$t_{mL} = 30°C$

$w_L = 4 m/sec$

$l = 6 m$

$d_a = 0{,}05 m$



Skizze:

Es ist die Wärmeübergangszahl bei einem quer angeströmten Rohr zu berechnen. Außerdem soll die übertragene Wärme bestimmt werden.
Eine Phasenänderung findet nicht statt.

Lösungsweg:

1. Bestimmung der Re-Zahl
2. Bestimmung der Pr-Zahl
3. Bestimmung der Nu-Zahl
4. Berechnung der Wärmeübergangszahl
5. Berechnung der übertragenen Wärme

1. Re-Zahl

$$Re = \frac{w_L \cdot d_a}{\nu}$$

Bezugstemperatur für die stoffspezifischen Daten

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_{mL}}{2} = 100°C$$

Die Geschwindigkeit ist auf die mittlere Gastemperatur zu beziehen.
Als längenspezifische Größe ist der Rohraußendurchmesser einzusetzen.

$\nu_{100} = 23{,}06 \cdot 10^{-6}\ m^2/sec$

$$Re = \frac{w \cdot d_a}{\nu} = \frac{4 \cdot 0,05}{23,06 \cdot 10^{-6}} = 8673$$

2. Pr-Zahl

$$Pr = 0,704$$

3. Nu-Zahl

Gleichung (4.13)

$$Nu = 1,167 \cdot K_1 \cdot Re^{m_1} \cdot Pr^{0,45} \cdot \left(0,785 \cdot \frac{T_W}{T_{mL}}\right)^{m_1/4}$$

Aus Tabelle 4.1

$$K_1 = 0,174 \qquad m_1 = 0,618$$

$$Nu = 1,167 \cdot 0,174 \cdot 8673^{0,618} \cdot 0,704^{0,45} \cdot \left(0,785 \cdot \frac{443}{303}\right)^{0,618/4}$$

$$Nu = 48,12$$

4. Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d}$$

$$\lambda_{100} = 0,0314 \text{ W/m.grd}$$

$$\alpha = \frac{48,12 \cdot 0,0314}{0,05} = 30,2 \text{ W/m}^2\text{.grd}$$

5. Übertragene Wärme

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_o \cdot (t_W - t_{mL}) \qquad (3.2)$$

$$= \alpha \cdot d \cdot \pi \cdot 1 \cdot (t_W - t_{mL})$$

$$= 30,2 \cdot 0,05 \cdot \pi \cdot 6 \cdot (170 - 30)$$

$$\dot{Q} = 3.98 \text{ kW}$$

Aufgabe: 4.12

Mit einem Hitzdrahtanemometer soll die Luftgeschwindigkeit in einem Strömungskanal gemessen werden. Der Hitzdraht hat einen Durchmesser von 1 mm und eine Länge von 0,1m. Die Oberflächentemperatur wird auf 200°C gehalten. Durch den Draht fließt ein Strom von 7 A bei einer Gleichspannung von 2 V. Die durchschnittliche Lufttemperatur beträgt 20°C.
Welche Luftgeschwindigkeit herrscht im Strömungskanal?
Welche Oberflächentemperatur stellt sich an der Drahtoberfläche ein, wenn die Strömungsgeschwindigkeit verdoppelt wird?

Aufgabe: 4.13

In einem Rohr mit einem Innendurchmesser von 125mm fließt Wärmeträgeröl mit einer Durchschnitttemperatur von 200°C und einer Geschwindigkeit von 0,3m/sec. Zum Zwecke der Wassererhitzung wird durch dieses Rohr quer zur Strömungsrichtung ein kleineres geführt. Dieses kleinere Rohr hat eine lichte Weite von 15mm bei einer Wandstärke von 1,5mm. Die Länge des kleineren Rohres entspricht dem Innendurchmesser des großen Rohres, also 125mm. Die Oberflächentemperatur des eingebauten Rohres beträgt 90°C. (Marlotherm 600)
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

Aufgabe: 4.14

Durch ein isoliertes Rohr strömt Kältesole. Das Rohr hat mit Isolierung einen Außendurchmesser von 250mm. An der Außenoberfläche stellt sich eine Temperatur von 5°C ein. Dieses Rohr wird von Luft quer angeströmt. Die Luft hat eine mittlere Temperatur von 25°C und eine Geschwindigkeit von durchschnittlich 2m/sec.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

4.132 Wärmeübergangszahlen bei quer angeströmten Rohrbündeln

E.D. Grimison hat erstmalig eine Gleichung zur Berechnung der Nußelt'schen Kennzahl für quer angeströmte Rohrbündel aufgestellt. Aus der technischen Strömungslehre ist bekannt, daß sich verwickelte Strömungsverhältnisse in Abhängigkeit von der Rohranordnung im Bündel ergeben.
Es wurden deshalb das Quer- und das Längsteilungsverhältnis eingeführt, t_l und t_q.

$$t_l = \frac{s_l}{d} \tag{4.15}$$

$$t_q = \frac{s_q}{d} \tag{4.16}$$

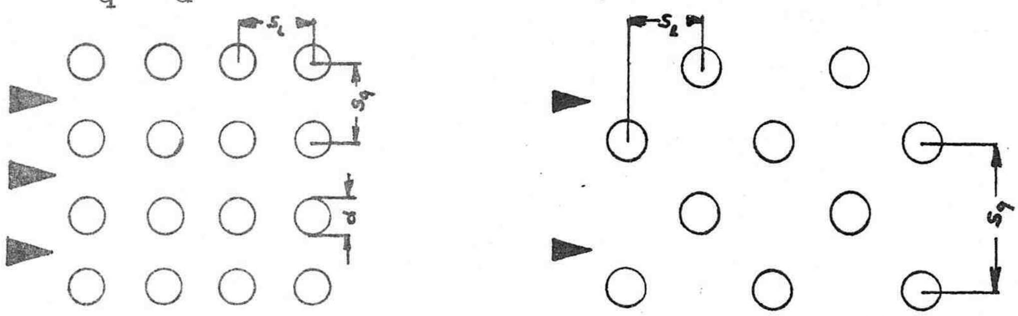


Abb.: 4.5 fluchtende versetzte Rohranordnung

Für die Berechnung werden als Bezugsgrößen weiterhin gewählt: Außendurchmesser eines Rohres im Rohrbündel, Geschwindigkeit im engsten Kanalquerschnitt.
Als Bezugstemperatur wählte Grimmison für:

Strömungsgeschwindigkeit und Dichte die mittlere Temperatur des strömenden Mediums

Viskosität und Wärmeleitzahl des strömenden Mediums die mittlere Grenzschichttemperatur

$$t_{mGr} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Für Luft wurde im Bereich 2000 < Re < 40 000 folgende Gleichung gefunden:

$$Nu = K_2 \cdot Re^{m_2} \cdot f_R \tag{4.17}$$

Die Größen K_2 und m_2 sind eine Funktion der Teilungsverhältnisse und können der nachfolgenden Tabelle entnommen werden.

Tabelle: 4.2 K_2 und m_2 als Funktion der Rohranordnung

t_q	1,25		1,5		2		3	
	K_2	m_2	K_2	m_2	K_2	m_2	K_2	m_2
t_1	fluchtende Rohranordnung							
1,25	0,348	0,592	0,275	0,608	0,100	0,704	0,0633	0,752
1,5	0,367	0,586	0,250	0,620	0,101	0,702	0,0678	0,744
2	0,418	0,570	0,299	0,602	0,229	0,632	0,198	0,648
3	0,290	0,601	0,357	0,584	0,374	0,581	0,286	0,608
t_1	versetzte Rohranordnung							
0,6							0,213	0,636
0,9					0,446	0,571	0,401	0,581
1,0			0,497	0,558				
1,25	0,518	0,556	0,505	0,554	0,519	0,556	0,522	0,562
1,5	0,451	0,568	0,460	0,562	0,452	0,568	0,488	0,568
2	0,404	0,572	0,416	0,568	0,482	0,556	0,449	0,570
3	0,310	0,592	0,356	0,580	0,440	0,562	0,421	0,574

für Luft bei zehn und mehr Rohrreihen hintereinander. $2000 < Re < 40\,000$

Pierson, O.L., hat für Rohrbündel mit weniger als 1o hintereinander liegenden Rohren einen Rohrreihenbeiwert eingeführt f_R. Der Rohrreihenbeiwert kann dem Diagramm Abbildung 4.6 entnommen werden.

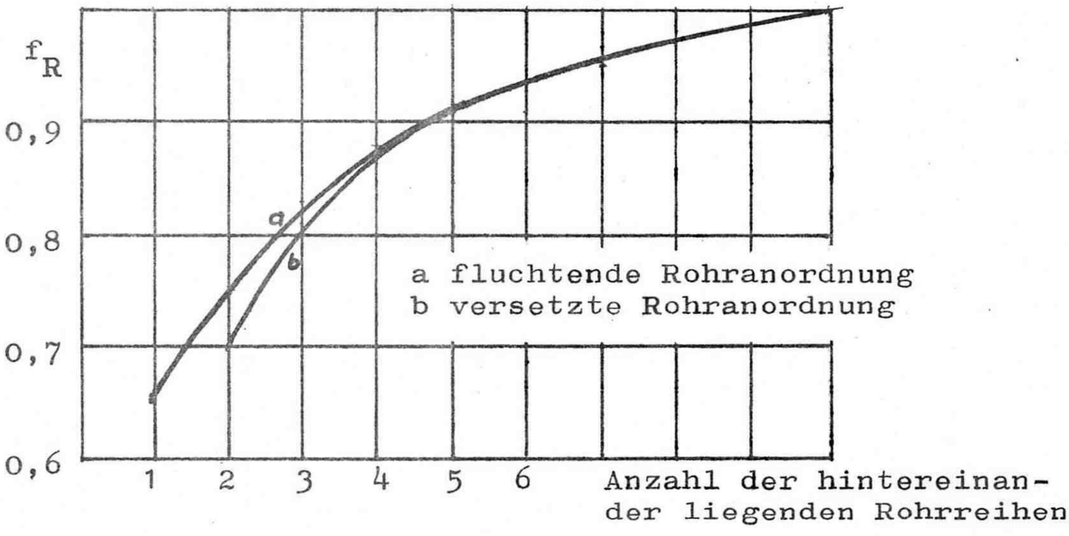


Abb.: 4.6 Rohrreihenbeiwert f_R nach O.L. Pierson

Die bisher dargestellte Gleichung ist exakt nur für Luft anwendbar. Grimison und Mitarbeiter haben die Gleichung (4.17) erweitert, um einen größeren Geltungsbereich zu erhalten. Es wurde auf die vom Teilungsverhältnis abhängigen Größen m_2 und K_2 verzichtet.

Die Gleichungen lauten:

Für Gase und Dämpfe:

$$Nu = 0{,}334 \cdot Re^{0,61} \cdot Pr^{0,45} \cdot f_R \cdot f_a \qquad (4.18)$$

$$0{,}5 < Pr < 10$$

Für Flüssigkeiten:

$$Nu = 0{,}334 \cdot Re^{0,61} \cdot Pr^{0,33} \cdot f_R \cdot f_a \qquad (4.19)$$

$$1 < Pr < 500$$

Die Dichte sowie die Strömungsgeschwindigkeit wird auf die mittlere Temperatur des strömenden Mediums bezogen. Für die Viskosität und die Wärmeleitzahl ist als Bezugstemperatur die mittlere Grenzschichttemperatur einzusetzen.

$$t_{mGr} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Die Strömungsgeschwindigkeit ist auf den engsten Strömungsquerschnitt zu beziehen. Als kennzeichnende geometrische Abmessung ist der Rohraußendurchmesser einzusetzen.

Der Rohranordnungsfaktor f_a ist der Tabelle 4.3 zu entnehmen.

H.Hausen hat folgende Gleichungen zur Berechnung der Nußelt'schen Kennzahl aus den vorliegenden Meßwerten hergeleitet.

Für fluchtende Rohranordnung:

$$Nu = \left[0{,}34 \cdot Re^{0,6} + \left(t_q + \frac{7{,}17}{t_q} - 6{,}52\right) \cdot \left(\frac{0{,}236}{t_1 - 1{,}12} - 0{,}196\right)\right] \cdot Pr^{0,31} \cdot f_R \qquad (4,20)$$

Für versetzte Rohranordnung:

$$Nu = 0{,}35 \cdot f \cdot Re^{0,57} \cdot Pr^{0,31} \cdot f_R \qquad (4.21)$$

$$f = 1 + 0{,}1 \cdot t_q + \frac{0{,}34}{t_1} \qquad (4.22)$$

Für diese Gleichungen gelten die gleichen Bezugsbedingungen wie für die Gleichung (4.17)

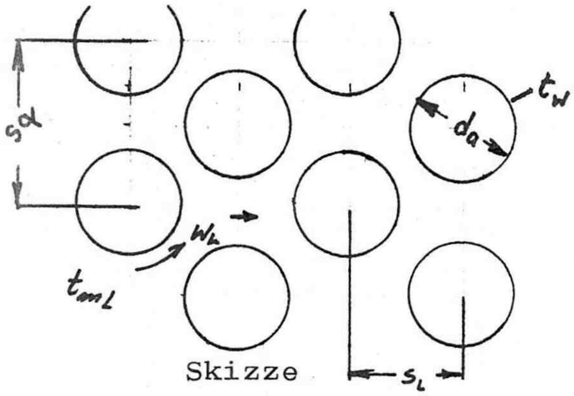
Tabelle: 4.3 Rohranordnungsfaktor f_a als Funktion der Teilungsverhältnisse und der Reynolds'schen Kennzahl

Re	t_l \ t_q	1,2	1,6	2,0	2,4	2,8
		fluchtende Anordnung				
2000	1,25 u.1,5	1,11	0,89	0,73	0,68	0,67
	1,8	-	0,97	0,86	0,82	0,8
	2	1,11	1,02	0,98	0,96	0,95
	3	0,95	1,05	1,08	1,07	1,03
8000	1,25 u.1,5	1,09	0,92	0,83	0,80	0,80
	1,8	-	0,99	0,96	0,94	0,94
	2	1,03	1,01	1,00	0,99	0,99
	3	0,93	1,02	1,03	1,02	1,01
20000	1,25 u.1,5	1,04	0,94	0,90	0,89	0,91
	2	0,98	0,99	1,01	1,01	1,02
	3	0,93	0,97	0,99	1,00	1,00
40000	1,25 u.1,5	1,04	0,96	0,97	0,98	0,99
	2	0,96	0,98	1,01	1,03	1,04
	3	0,92	0,96	0,97	0,98	0,98
Re	t_l	versetzte Rohranordnung				
2000	1,25	1,21	1,18	1,22	1,25	-
	1,5	1,17	1,14	1,18	1,22	1,26
	2	1,07	1,08	1,12	1,15	1,18
	3	0,95	1,02	1,08	1,11	1,13
8000	1,25	1,12	1,09	1,12	1,16	-
	1,5	1,10	1,06	1,09	1,13	1,16
	2	1,02	1,00	1,04	1,08	1,10
	3	0,92	0,97	1,01	1,03	1,05
20000	1,25	1,10	1,04	1,08	1,13	-
	1,5	1,08	1,02	1,07	1,11	1,13
	2	1,01	0,98	1,01	1,07	1,10
	3	0,92	0,94	0,97	1,00	1,02
40000	1,25	1,02	1,00	1,04	1,07	1,10
	1,5	1,01	0,98	1,01	1,05	1,08
	2	0,98	0,94	0,96	1,00	1,03
	3	0,91	0,91	0,93	0,96	0,98

Beispiel: 4.7

In einem Kanal von 300x1000mm Querschnitt, werden Rohre mit einem Außendurchmesser von 30mm quer mit Luft angeströmt. Die Luft hat eine Durchschnittstemperatur von 80°C und eine Geschwindigkeit im engsten Querschnitt des Rohrbündels von 1,5m/sec. Die Rohre haben eine Oberflächentemperatur von 0°C.
Die Rohre sind versetzt angeordnet mit einem Quermittenabstand von 45mm und einem Längsmittenabstand von 30mm. Es sind 5 Rohrreihen hintereinander angeordnet.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

Lösung:
gegeben:
$t_W = 0°C$
$t_{mL} = 80°C$
$w_L = 1{,}5 m/sec$
$s_q = 45mm$
$s_l = 30mm$
$d = 30mm$
5 Rohrreihen in Strömungsrichtung



Skizze

Es ist die Wärmeübergangszahl an den Rohren eines quer angeströmten Rohrbündels zu berechnen. Arbeitsmedium ist Luft.
Lösungsweg:
1. Bestimmung der Re-Zahl
2. Bestimmung der Nu-Zahl
3. Berechnung der Wärmeübergangszahl

1. Re-Zahl

$$Re = \frac{w \cdot d}{\nu} \qquad (4.1)$$

Bezugstemperatur für die Viskosität ebenso wie für die Wärmeleitzahl ist die mittlere Grenzschichttemperatur.

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_{mL}}{2} = 40°C$$

$$\nu_{40} = 16{,}97 \cdot 10^{-6}\ m^2/sec$$

$$Re = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}03}{16{,}97 \cdot 10^{-6}} = 2652$$

2. Nu-Zahl

Zur Berechnung der Nußelt'schen Kennzahl gibt es drei Gleichungen.
Gleichung: 4.17

$$Nu = K_2 \cdot Re^{m_2} \cdot f_R$$

Gleichung: 4.18

$$Nu = 0{,}334 \cdot Re^{0,61} \cdot Pr^{0,45} \cdot f_R \cdot f_a$$

Gleichungen: (4,21) u. (4.22)

$$Nu = 0{,}35 \cdot f \cdot Re^{0,57} \cdot Pr^{0,31} \cdot f_R$$

$$f = 1 + 0{,}1 \cdot t_q + \frac{0{,}34}{t_l}$$

Lösung nach Gleichung (4.17)

$$Nu = K_2 \cdot Re^{m_2} \cdot f_R$$

Berechnung der Teilungsverhältnisse:

$$t_q = \frac{s_q}{d} = \frac{45}{30} = 1{,}5 \qquad (4.16)$$

$$t_l = \frac{s_l}{d} = \frac{30}{30} = 1 \qquad (4.15)$$

Aus Tabelle 4.2 werden mit Hilfe der Teilungsverhältnisse t_l und t_q die Größen K_2 und m_2 entnommen.

$K_2 = 0{,}497 \qquad m_2 = 0{,}558$

$$Nu = 0{,}497 \cdot 2652^{0,558} \cdot f_R$$

Der Korrekturbeiwert f_R wird dem Diagramm 4.6 entnommen.

$f_R = 0{,}92$

$Nu = 37{,}2$

Lösung nach Gleichung (4.18)

$$Nu = 0{,}334 \cdot Re^{0,61} \cdot Pr^{0,45} \cdot f_a \cdot f_R$$

$Pr = 0{,}711$

Der Rohranordnungsfaktor f_a wird der Tabelle 4.3 entnommen

$f_a = 1{,}19$

$$Nu = 0{,}334 \cdot 2652^{0,61} \cdot 0{,}711^{0,45} \cdot 1{,}19 \cdot 0{,}92$$

$Nu = 38{,}5$

Lösung nach Gleichung (4.21) u. (4.22)

$$Nu = 0{,}35 \cdot f \cdot Re^{0,57} \cdot Pr^{0,31} \cdot f_R$$

$$f = 1 + 0{,}1 \cdot t_q + \frac{0{,}34}{t_l}$$

$$= 1 + 0{,}1 \cdot 1{,}5 + \frac{0{,}34}{1} = 1{,}49$$

$$Nu = 0{,}35 \cdot 1{,}49 \cdot 2652^{0,57} \cdot 0{,}711^{0,31} \cdot 0{,}92$$

$Nu = 38{,}6$

3. Berechnung der Wärmeübergangszahl

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} \qquad (4.3)$$

$$\lambda_{40} = 0{,}0271 \ \frac{W}{m \cdot grd}$$

Mit den errechneten Nußelt'schen Kennzahlen ergeben sich folgende Wärmeübergangszahlen:

für Nu = 37,2 α = 33,6 W/m^2.grd
Nu = 36,85 α = 38,5 W/m^2.grd
Nu = 38,6 α = 34,9 W/m^2.grd

Es kann nicht gesagt werden, welcher Wert der richtige ist, denn alle Gleichungen sind aus Versuchswerten hergeleitet worden.

Aufgabe: 4.15

Durch ein quer angeströmtes Rohrbündel wird Luft erwärmt, so daß sich eine mittlere Lufttemperatur von 60°C einstellt. In den Rohren strömt Wärmeträgeröl mit einer mittleren Temperatur von 270°C. Es kann mit einer mittleren Wandtemperatur von 150°C gerechnet werden. Die Luftgeschwindigkeit beträgt 3m/sec.
Aufbau des Rohrbündels:
15 Rohrreihen in und 10 Rohrreihen quer zur Strömungsrichtung der Luft, Rohrnennweite 36mm, Wandstärke 2mm, Rohrlänge 3m, Rohranordnung fluchtend, Rohrabstand quer zur Strömungsrichtung wie auch in Strömungsrichtung 80mm.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

Aufgabe: 4,16

Ein Rohrbündel wird von Wasser mit einer Geschwindigkeit im engsten Querschnitt von 0,05 m/sec durchströmt. Das Wasser hat eine mittlere Temperatur von 60°C. die mittlere Rohrwandoberflächentemperatur soll 120°C betragen.
Das Rohrbündel ist aus 8 Rohrreihen in Wasserströmungsrichtung mit einem Rohrmittenabstand von 150mm und 10 Rohrreihen quer zur Strömungsrichtung mit einem Rohrmittenabstand von 120mm aufgebaut. Die Rohranordnung ist fluchtend. Die Rohre haben eine Nennweite von 55mm und eine Wandstärke von 2,5mm. Die Rohrlänge beträgt 10 m
Welche Wärmeübergangszahl kann für die Berechnung der übertragenen Wärme angenommen werden?

Aufgabe: 4.17

In einem quer angeströmten Rohrbündel soll Wärmeträgeröl erhitzt werden. Das Rohrbündel wird von Außen durch Rauchgas umströmt. Das Rauchgas tritt mit einer Temperatur von 800°C in das Rohrbündel ein und verläßt dieses mit einer Durchschnittstemperatur von 450°C. Die mittlere Wandtemperatur der Rohre wird mit 550°C angegeben. Die Rauchgasgeschwindigkeit beträgt im engsten Querschnitt 0,5m/sec.
Das Rohrbündel hat 15 Rohrreihen in Strömungsrichtung und 6 Rohrreihen quer zur Strömungsrichtung. Die Rohre sind versetzt angeordnet. Sie haben einen Außendurchmesser von 35mm, der Rohrmittenabstand beträgt in Strömungsrichtung 52,5mm und quer zur Strömungsrichtung 70mm.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

4.13 Wärmeübergang bei freier Konvektion

Erfolgt Wärmetransport an eine ruhendes flüssiges oder gasförmiges Medium, so sind auch hier in sehr vielen Fällen Strömungsvorgänge bestimmend.
Die Bewegung der Moleküle wird nicht durch ein äußeres Druckgefälle hervorgerufen, sondern durch die übertragene Wärme. Moleküle, die sich im unmittelbaren Wandbereich befinden, werden durch den intensiven Kontakt mit der Wand energiereicher, was zu einem Dichteunterschied gegenüber den Molekülen im umgebenden Raum führt. Dieser Dichteunterschied bewirkt nun eine Molekülbewegung -freie Konvektion-
Untersuchungen haben ergeben, daß sich ein Geschwindigkeitsprofil unmittelbar an der wärmeübertragenden Wandfläche ausbildet. Ebenso kann ein Temperaturverlauf festgestellt werden.
In Abbildung 4.7 sind Temperaturverlauf und Geschwindigkeitsprofil für ein in einem Raum mit ruhender Luft frei aufgehängtes Rohr dargestellt. Wie zu ersehen ist, wird lediglich die Luftschicht in unmittelbarer Nähe der wärmeübertragenden Fläche in Bewegung gesetzt. Nach einem Abstand δ von der Wand erfolgt keine Bewegung der Luftmoleküle mehr. Diese Strecke wird Grenzschicht

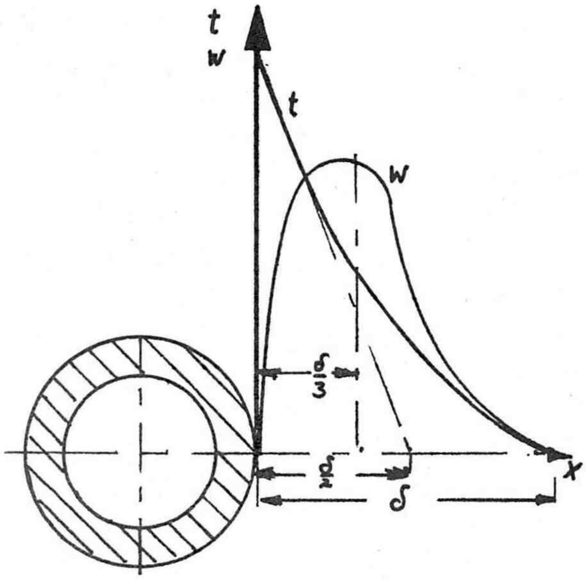


Abb.: 4.7 Geschwindigkeitsprofil und Temperaturverlauf bei freier Konvektion

genannt.
Analog zum Wärmeübergang bei erzwungener Konvektion soll auch für den Wärmeübergang bei freier Konvektion eine Gleichung zur Berechnung der Nußelt'schen Kennnzahl aufgestellt werden.
Um den Strömungsvorgang zu beschreiben, wird eine neue Kennzahl, die Grashof'sche Kennzahl eingeführt.

$$Gr = \frac{d^3 \cdot g \cdot \beta \cdot (t_W - t_1)}{\nu^2} \qquad (4.23)$$

Diese für waagerechte Rohre hergeleitete Kennzahl gilt auch für die Beschreibung der Strömungsvorgänge an senkrechten Platten. Es ist dann lediglich der Außendurchmesser durch die Plattenhöhe h zu ersetzen.
Mc Adams und Mitarbeiter haben folgende allgemeine Gleichung zur Berechnung der Nu-Zahl für freie Konvektion gefunden.

$$Nu = const \cdot \sqrt[4]{Gr \cdot Pr} \qquad (4.24)$$

Für senkrechte Platten haben sie folgende Abhängigkeit ermittelt (Höhe h)

$$Nu = 0{,}55 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4} \qquad (4.25)$$

Bezugsbedingungen:

$$10^3 < Gr \cdot Pr < 10^8$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

$$Nu = 0{,}13 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/3} \qquad (4.26)$$

Bezugsbedingungen:

$$Gr \cdot Pr > 10^8$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Für waagerechte Rohre ist folgende Abhängigkeit gefunden worden:

$$Nu = 0{,}53 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/4} \qquad (4.27)$$

Bezugsbedingungen:

$$10^3 < Gr \cdot Pr < 10^9$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Diese letzte Gleichung (4.27) kann auch für die Berech- der Nußelt'schen Kennzahl an senkrechten Platten eingesetzt werden. Es ergeben sich erfahrungsgemäß um 4% zu kleine Werte.

Mc Adams hat die Gleichung (4.27) vereinfacht. Bei Gasen ist die Prandtl'sche Kennzahl bei atmosphärischen Bedingungen etwa gleich 0,73.
Dann ergibt sich aus Gleichung (4.27)

$$Nu = 0{,}49 \cdot \sqrt[4]{Gr} \qquad (4.28)$$

Wird diese Gleichung in die Beziehung zur Berechnung der Wärmeübergangszahl eingesetzt, so ergibt sich:

$$Nu = \frac{\alpha \cdot d}{\lambda} = 0{,}49 \cdot \sqrt[4]{Gr}$$

$$\alpha = \frac{0{,}49 \cdot \lambda}{d} \cdot \sqrt[4]{Gr} = \frac{0{,}49 \cdot \lambda}{d} \cdot \sqrt[4]{\frac{d^3 \cdot g \cdot \beta \cdot (t_W - t_1)}{\nu^2}}$$

$$= 0{,}49 \cdot \quad \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot \beta}{\nu^2}} \cdot \sqrt[4]{\frac{t_W - t_1}{d}}$$

$$= k \cdot \sqrt[4]{\frac{t_W - t_1}{d}} \quad \frac{W}{m^2 \cdot grd} \qquad (4.29)$$

Für Luft und Wasser k als Funktion der mittleren Grenzschichttemperatur tabelliert:

Tabelle 4.4 k-Werte für Luft und Wasser

Luft

t_m	0	50	100	200	300	400	500
k	1,385	1,315	1,28	1,174	1,105	1,046	0,989

Wasser

t_m	20	40	60	80	100	150	200
k	107	149	181,4	208	278	320,5	338

Die bisher dargestellten Gleichungen gelten lediglich für einen begrenzten Bereich. Außerdem ergeben sich im Grenzbereich häufig erhebliche Abweichungen zum realen Wert.
H.Hausen hat eine Gleichung aufgestellt, deren Gültigkeitsbereich erheblich erweitert worden ist und deren Abweichungen von den wirklichen Werten geringer ist.

$$Nu = 0{,}11 \cdot (Gr \cdot Pr)^{1/3} + (Gr \cdot Pr)^{1/10} \qquad (4.30)$$

Bezugsbedingungen:

$$10^{-7} < Gr \cdot Pr < 10^{12}$$

$$t_{Bezug} = \frac{t_W + t_1}{2}$$

Um die umfangreiche Arbeit, das Produkt Gr.Pr zu berechnen, zu umgehen, wird folgende Berechnung durchgeführt:

$$Gr.Pr. = \frac{Pr.\ d^3\ .\ g\ .\ \beta.(t_W - t_1)}{\nu^2}$$

Zusammenfassung der stoffspezifischen Daten:

$$Gr.Pr = \frac{\beta.\ Pr}{\nu^2}\ .\ g\ .\ d^3\ .\ (t_W - t_1)$$

Es wird eine von der Temperatur abhängige Konstante $C = \frac{\beta . Pr}{\nu^2}\ .\ g$ herausgezogen und in Diagrammen dargestellt.

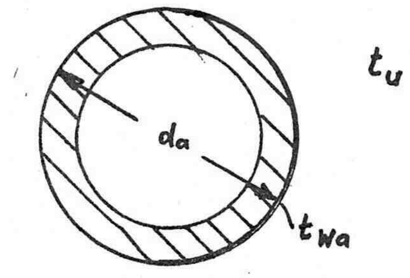
Für Luft und Wasser sind die Diagramme im Anhang aufgeführt.

$$Gr.Pr = C\ .\ d^3\ .\ (t_W - t_1) \qquad (4.31)$$

Beispiel: 4.8

Als Heizkörper für eine Fabrikhalle dient ein frei aufgehängtes Rohr mit einem Außendurchmesser von 80mm und einer Länge von 10m. Dieses Rohr hat eine Wandtemperatur von durchschnittlich 80°C. Der umgebende Raum besitzt eine Temperatur von 20°C.
Welche Wärmeübergangszahl stellt sich ein?

Lösung:
gegeben: $t_{Wa} = 80°C$
$t_u = 20°C$
$d_a = 0{,}08$ m
$l = 10$ m



Skizze

Es ist die Wärmeübergangszahl bei freier Konvektion an Luft zu bestimmen.
Es findet keine Phasenänderung statt.
Lösungsweg:
1. Produkt Gr.Pr
2. Bestimmung der Nu-Zahl
3. Bestimmung der Wärmeübergangszahl

1. Gr.Pr

$Gr.Pr = C_L\ .\ d^3\ .\ (t_W - t_1)$ siehe Gleichung (4.31)

$C_L = 64\ .\ 10^6$ siehe Diagramm

$$Gr.Pr = 64.10^6\ .0{,}08^3\ .\ (80 - 20)$$
$$= 1{,}97\ .\ 10^6$$

2. Nu-Zahl

Die Nußelt'sche Kennzahl kann nach Gleichung (4.25) wie auch (4.30) berechnet werden.

$$Nu = 0{,}53 \cdot \sqrt[4]{Gr.Pr}$$

$$Nu = 0{,}53 \cdot \sqrt[4]{1{,}97 \cdot 10^6} = 19{,}86$$

$$Nu = 0{,}11 . (Gr.Pr)^{1/3} + (Gr.Pr)^{1/10}$$

$$= 0{,}11 . (1{,}97 . 10^6)^{1/3} + (1{,}97 . 10^6)^{1/10}$$

$$Nu = 18.05$$

3. Wärmeübergangszahl

Nach Gleichung (4.17)

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{19{,}86 \cdot 0{,}0278}{0{,}08} = 6{,}9 \quad \frac{W}{m^2 . grd}$$

Nach Gleichung (4.20)

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} = \frac{18{,}05 \cdot 0{,}0278}{0{,}08} = 6{,}3 \quad \frac{W}{m^2 . grd}$$

Daß die Ergebnisse nicht gleich sind, ist darauf zurückzuführen, daß die Gleichungen aus Meßwerten hergeleitet worden sind.

Aufgabe: 4.18

Die Steigleitung einer Heizleitung NW45, Wandstärke 2,5mm wird durch einen Raum, Raumhöhe 2,5m, mit ruhender Luft geführt. Das Wasser im Rohr wird mit $w = 0{,}05$ m/sec durch das Rohr gepumpt. Als mittlere Wassertemperatur kann 85°C angenommen werden.
Das Rohrmaterial ist Stahl $\lambda_{St} = 52$ W/m.grd.
Welche Wärme wird an den umgebenden Raum abgegeben, wenn dieser eine Temperatur von 20°C hat?
Wärmestrahlung kann vernachlässigt werden.
Das Rohr soll als frei stehend angesehen werden.

Aufgabe: 4.19

Ein Kühlraum wird mit einem Verdampfer, der im wesentlichen aus einem waagerecht aufgehängtem Rohr besteht, dessen Abstand von der Raumdecke 300mm beträgt, gekühlt.
Es sollen stündlich 5000kJ Wärme dem Raum entzogen werden. Die Raumluft im Kühlraum soll -5°C betragen, die Kühlrohroberfläche wird auf -25°C gehalten.
Das Kühlrohr aus Kupfer hat eine lichte Weite von 25mm und eine Wandstärke von 2,5mm.
Welche Länge muß das Rohr haben?

Aufgabe: 4.20

In ein Wasserbad mit einer Durchschnittstemperatur von 20°C wird ein 0,2m langer Kupferstab waagerecht gehängt. Der Draht hat einen Durchmesser von 10mm.
Es wird bei einer angelegten Gleichspannung von 20 V ein Strom von 34A gemessen.
Welche Oberflächentemperatur hat der Kupferdraht?

Aufgabe: 4.21

In einem PVC-Rohr, dessen Wandstärke $s = 10$mm und dessen Außendurchmesser 11cm beträgt, kondensiert Wasserdampf bei einer Temperatur, der inneren Rohrwandtemperatur, von 45°C. Das waagerecht aufgehängte Rohr befindet sich in einem Raum, dessen Lufttemperatur 13°C beträgt.
Welche Außentemperatur stellt sich beim PVC-Rohr ein, wenn PVC eine Wärmeleitzahl von $\lambda = 0{,}18$ W/m.grd hat und von Strahlung abgesehen werden kann?

4.2 Wärmeübergangszahlen bei Vorgängen mit Phasenänderung

Die bisher abgeleiteten Gleichungen zur Berechnung der Wärmeübergangszahl durch Konvektion ohne Phasenänderung lassen sich auf Wärmeübertragungsvorgänge mit Phasenänderung -Verdampfen, Kondensieren, Schmelzen, Kristallisieren- nur in seltenen Sonderfällen anwenden; denn sowohl die stoffspezifischen Daten als auch die Strömungserscheinungen und das Temperaturprofil sind vom Grad der Phasenumwandlung abhängig.
Grenzfälle sind z.B. bei der Verdampfung und Kondensation die stoffspezifischen Daten der reinen Flüssigkeit bei Siedebedingungen bzw. des Sattdampfes.
Für Verdampfungs- und Kondensationsvorgänge liegen die umfangreichsten Erfahrungen vor. Deshalb werden hier die Gleichungen, die zur Berechnung der Wärmeübergangszahlen für Verdampfungs- und Kondensationsvorgänge führen wiedergegeben und diskutiert.

4.21 Wärmeübergangszahl bei Verdampfung

Der Verdampfungsvorgang findet an der Grenzfläche zwischen der flüssigen und der gasförmigen Phase statt.
Es ist dabei belanglos, ob diese Grenzfläche die Oberfläche einer Dampfblase in der Flüssigkeit oder der Flüssigkeitsspiegel ist.
Aufgrund der sehr verwickelten Zusammenhänge zwischen Verdampfungsvorgängen und den Strömungsbedingungen in der Mischphase ist es bis heute noch nicht gelungen, die Wärmeübergangszahl α als Funktion der Nußelt-schen Kennzahl darzustellen.
Zur Berechnung des Wärmeüberganges wird auch bei Vorgängen mit Phasenänderung die Gleichung (3.1) angesetzt.

$$\dot{Q} = \alpha \cdot A_o \cdot (t_W - t_s) \qquad (3.1)$$

oder $\dot{q} = \alpha \cdot (t_W - t_s)$

Bei der Berechnung der Wärmeübergangszahlen wird aufgrund der dargelegten Schwierigkeiten nach den Flächen, an denen die Verdampfung stattfindet, unterschieden, so nach Verdampfung an ebenen Flächen und in Rohren.

4.211 Wärmeübergangszahl bei Verdampfung an ebenen Wänden

Ausgehend von der Gleichung

$$\dot{q} = \alpha \cdot (t_W - t_s)$$

konnte Fritz, W., für Wasser eine Abhängigkeit der Wärmeübergangszahl von der Temperaturdifferenz $(t_W - t_s)$ finden.

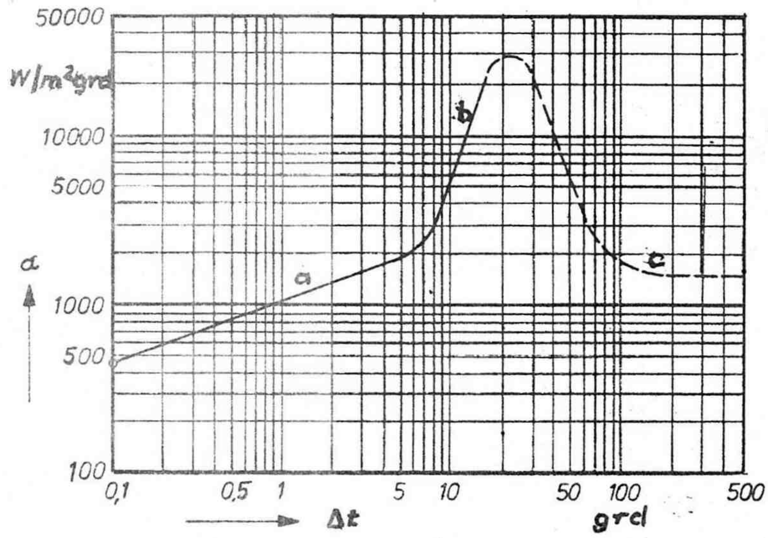


Abb.: 4.8 Wärmeübergangszahl von ebenen Wänden an siedendes Wasser bei 100°C

Der gewonnene Kurvenzug kann in mehrere Bereiche gegliedert werden.
Der Bereich a ist dadurch gekennzeichnet, daß das Wasser an der Wandoberfläche erwärmt wird und aufsteigt. An der Wasseroberfläche verdampft ein Teil des aufsteigenden Wassers, der Rest bewegt sich in einen

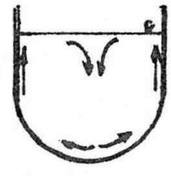


Abb.: 4.9 Wasserzirkulation beim Verdampfen in einem Kessel

unbeheizten Bereich des Kessels und sinkt dort nach unten (siehe hierzu Abbildung 4.9)
Der Wärmeübergang von der Wand an das Wasser kann in diesem Bereich nach den Gesetzen der freien Konvektion berechnet werden, Gleichungen (4.30), (4.25)u. (4.26).
Im Bereich b wird der Wärmeübergang durch die Rührwirkung der entstehenden Blasen beeinflußt, Die Wärmeübergangszahlen nehmen sehr hohe Werte an.
Steigt die Temperaturdifferenz zwischen der siedenden Flüssigkeit und der Wand weiter, so nimmt die Blasenbildung zu, bis sich ein geschlossener Dampffilm bildet.
Durch die sehr geringen Wärmeleitzahlen von Gasen und Dämpfen wird der Wärmeübergang beeinflußt (Bereich c, Filmverdampfung).
Bei der Berechnung der Wärmeübergangszahl ist die Kenntnis der Siedetemperatur notwendig. Da bei der Ermittlung der Siedetemperatur der Flüssigkeit im Behälter neben dem auf die Flüssigkeitsgrenzfläche ruhenden Druck auch der statische Druck der Flüssigkeitssäule zu berücksichtigen ist, wird mit einer mittleren Siedetemperatur gerechnet, die auf den mittleren Druck im Behälter bezogen wird.
Kruschilin und Mitarbeiter sowie Fritz haben Gleichungen für die Berechnung der Wärmeübergangszahl α im Bereich der Blasenverdampfung aufgestellt
Kruschilin und Mitarbeiter fanden folgende Abhängigkeit:

$$\alpha = 2{,}65 \cdot \mathring{q}^{0,7} \cdot p^{0,167} \ \mathrm{W/m^2 \cdot grd} \tag{4.32}$$

$$\alpha = 25{,}6 \cdot \Delta t^{2,33} \cdot p^{0,58} \ \mathrm{W/m^2 \cdot grd} \tag{4.33}$$

Darin bedeuten:
$\Delta t = t_W - t_s$
$\mathring{q}$ = Heizflächenbelastung $\mathrm{W/m^2}$

Gültigkeitsbereich:
Stoff Wasser
$0{,}2 < p < 100$ bar
ebene Wände und Außenseite von Zylindern

Fritz fand folgende Abhängigkeit:

$$\alpha = 1{,}95 \cdot \mathring{q}^{0,72} \cdot p^{0,24} \ \mathrm{W/m^2 \cdot grd} \tag{4.34}$$

Gültigkeitsbereich:
Stoff Wasser
$0{,}1 < p < 150$ bar
ebene Wände und Außenseite von Zylindern

Die Gleichung von Fritz ergibt kleinere Werte.
Die Wärmeübergangszahlen für Wasser können mit guter Genauigkeit berechnet werden. Es ist gelungen, auch die Wärmeübergangszahlen anderer Flüssigkeiten beim Siedevorgang zu berechnen. E. Kirschbaum ist zu folgender dimensionslosen Gleichung gelangt:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_W} = \frac{\varrho_1'}{\varrho_W'} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_W}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{c_1}{c_W}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_W}\right)^{-0,5} \cdot$$
$$\cdot \left(\frac{r_1}{r_W}\right)^{-0,5} \cdot \left(\frac{\varrho_1''}{\varrho_W''}\right)^{-0,25} \cdot \left(\frac{\eta_1}{\eta_W}\right)^{-0,25} \quad (4.35)$$

In dieser Gleichung bedeuten:

Index 1	beliebige Flüssigkeit
Index W	Wasser
α W/m^2.grd	Wärmeübergangszahl
ϱ' kg/m^3	Dichte der siedenden Flüssigkeit
ϱ'' kg/m^3	Dichte des Sattdampfes
λ W/m.grd	Wärmeleitzahl der Flüssigkeit
c kJ/kg.grd	spezifische Wärmekapazität der siedenden Flüssigkeit
σ dyn/cm	Grenzflächenspannung
r kJ/kg	Verdampfungsenthalpie
η kg/m.sec	dynamische Viskosität der siedenden Flüssigkeit

Beispiel: 4.9

In einer Wanne befindet sich Wasser bei 1bar und Siedetemperatur. Stündlich sollen 100kg Wasserdampf bereitgestellt werden. Die beheizte Fläche besteht aus einem Halbzylinder mit 0,25m Radius und zwei Seitenflächen mit 0,5m Höhe. Die Wanne hat eine Länge von 1m. Die Stirnflächen sind nicht beheizt.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?
Welche Temperaturdifferenz stellt sich zwischen Wand und mittlerer Flüssigkeitstemperatur ein?

Lösung:

gegeben:

$\dot{m}_W = 100 kg/h$

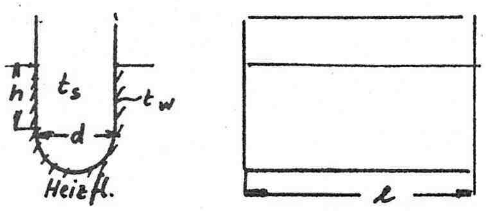
$p_\phi = 1 bar$

$t_{s\phi} = 99,6°C$

$r = 0,25 m$

$h = 0,5 m$

$l = 1 m$



Es ist die Wärmeübergangszahl bei Verdampfung zu berechnen: Medium-Wasser, Wände-eben.

Skizze:

Die Energiebilanz gibt die Wärme, die für die Verdampfung des Wassers benötigt wird. Diese muß gleich der Wärme sein, die über die Heizfläche dem siedenden Wasser zugeführt wird.

Verdampfungsenthalpie: $r = 2256,5 \text{ kJ/kg}$ Wasserdampftafeln

Erforderliche Wärme $\dot{Q} = \dot{m} \cdot r$

$= 100 \cdot 2256,5 = 2,257 \cdot 10^5 \text{ kJ/h}$

$\dot{Q} = 62700 \text{ W}$

Heizfläche $A_o = \frac{d \cdot \pi}{2} \cdot l + 2 \cdot h \cdot l$

$A_o = 0,25 \cdot \pi \cdot 1 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1 = 1,8 \text{ m}^2$

Heizflächenbelastung $\dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A_o} = \frac{62700}{1,8} = 34833 \text{ W/m}^2$

Die Wärmeübergangszahl wird mit Gleichung (4.34) berechnet

$$\alpha = 1,95 \cdot \dot{q}^{0,72} \cdot p^{0,24}$$

$$\alpha = 1,95 \cdot 34833^{0,72} \cdot 1^{0,24}$$

$$\alpha = 3633 \text{ W/m}^2 \cdot \text{grd}$$

Temperaturdifferenz zwischen der Wandtemperatur und der mittleren Flüssigkeitstemperatur

$$\dot{q} = \alpha \cdot (t_W - t_s)$$

$$t_W - t_s = \frac{\dot{q}}{\alpha} = \frac{34833}{3633} = 9,6 \text{grd}$$

4.212 W ä r m e ü b e r g a n g s z a h l bei Verdampfung in senkrechten Rohren.

Der Wärmeübergang von der Wand an siedendes Wasser in senkrechten Rohren ist noch schwerer zu berechnen, da noch eine Vielzahl von Einflußfaktoren zu berücksichtigen ist. Zur Erläuterung soll die Darstellung Abbildung 4.10 dienen.

Es ist ein einfacher Rohrverdampfer dargestellt. Dieser besteht aus einem beheizten Siederohr, einem Verdampferraum oder Brüdemraum, sowie einem unbeheiztem Fallrohr mit größerem Durchmesser. Die Strömungsbewegung des Wassers in dem System kann aus eigenem Antrieb oder durch eine Pumpe erfolgen. Bei dem beschriebenen System tritt Wasser mit der Sietemperatur, die im Brüdenraum herrscht, aus dem Fallrohr in das Siederohr ein. Der Druck bei Eintritt in das Siederohr ist um den Betrag Δp höher als im Brüdenraum. Die Druckdifferenz ist durch folgende Kräfte bestimmt:

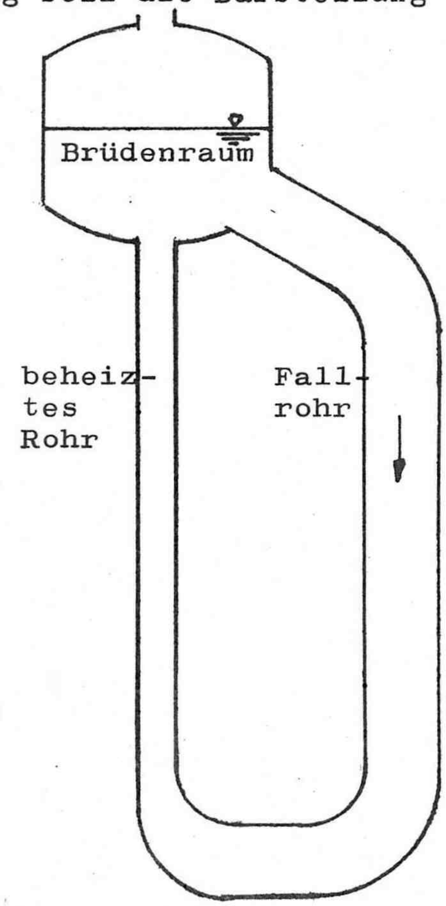


Abb.: 4.10 Verdampfer bestehend aus einem beheizten Siederohr Brüdenraum Fallrohr unbeheizt

p_{hy} hydrostatischer Druck der Flüssigkeits- bzw. Flüssigkeits-Dampf-Säule
p_r Reibungsverluste bei der Strömung durch das Rohr
p_e Eintrittsströmungsverluste
p_b Beschleunigungskraft

$$\Delta p = p_{hy} + p_r + p_e + p_b \qquad (4.36)$$

Siedevorgänge in einem Rohr können beschrieben werden, indem das Siederohr in Achsrichtung in folgende Zonen eingeteilt wird:

Zone 1: Vorwärmzone

Die in das Rohr eintretende Flüssigkeit muß auf Siedetemperatur erhitzt werden.

Zone 2: Grenzschichtsieden

Die Temperatur der Flüssigkeit im Kern liegt unter der örtlichen Siedetemperatur, die der Grenzschicht über der örtlichen Siedetemperatur.
Die Rohrwandtemperatur liegt demnach über der örtlichen Siedetemperatur.
An der überhitzten Wand entstehen Dampfblasen, die sich zum Flüssigkeitskern hin bewegen und dort kondensieren.
Der Wärmetransport wird demnach durch die Blasen begünstigt, die von der Wand abgelöst werden und durch die Grenzschicht hindurchstoßen.

Zone 3: Blasenströmung

Sobald der Flüssigkeitskern auch die örtliche Siedetemperatur angenommen hat, bleiben die beim Sieden gebildeten Dampfblasen bestehen.

Zone 4: Pfropfenströmung

Die Blasen koagulieren und wachsen, bis sich schließlich Dampfpfropfen bilden.

Zone 5: Ringströmung

Durch die zunehmende Dampfmenge bildet sich im Kern ein schnell strömender Dampfzylinder aus, der die verbleibende Flüssigkeit an die Rohrwand preßt und als Ringströmung mitreißt.

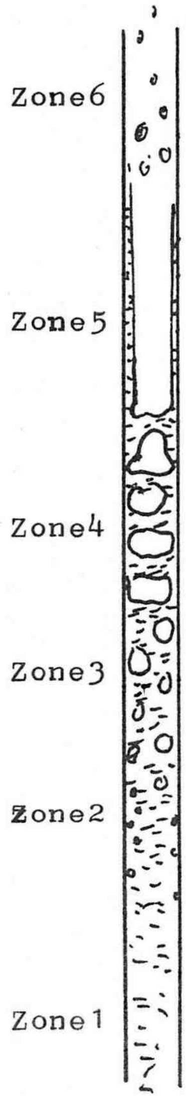


Abb.: 4.11
Siedezonen in einem senrechten Verdampferrohr

Zone 6: Naßdampf

Schließlich zerreißt der Flüssigkeitsring. Die verbleibende Flüssigkeit wird in Tropfenform mitgerissen

Da das verdampfende Medium auf seinem Wege durch das Rohr verschiedene Siedezonen durchströmt, werden auch unterschiedliche Mechanismen für die Wärmeübertragung charakteristisch sein. Die Temperaturdifferenz zwischen Wandtemperatur und Flüssigkeitstemperatur ist demnach eine Funktion der Ortskoordinate in Achsrichtung.
Es hat sich als zweckmäßig erwiesen, mit einer scheinbaren Wärmeübergangszahl zu rechnen, die auf die Temperaturdifferenz $t_W - t_s$ bezogen wird. t_W ist die mittlere Rohrwandtemperatur und t_s die Siedetemperatur des Mediums unter Brüdendruck.

$$\dot{Q} = \alpha_{sch} \cdot A_o \cdot (t_W - t_s) \qquad (4.37)$$

Als weiterer Parameter zur Bestimmung der Wärmeübergangszahl wird der im Siederohr befindliche Dampfanteil herangezogen. Kirschbaum führte hier den scheinbaren Flüssigkeitsstand ein h_{lsch}:

h_{lsch} = 100% im Rohr wird kein Dampf gebildet,

h_{lsch} = 0% die in das Rohr eintretende Flüssigkeit verdampft unmittelbar bei Eintritt in das Siederohr.

4.2121 Wärmeübergangszahl bei Verdampfung in senkrechten Rohren bei Naturumlaufverdampfern

Eingehende Versuche wurden von Kirschbaum und Mitarbeitern durchgeführt. In einem Naturumlaufverdampfer, der aus einem Einzelrohr NW40, Länge 4m, das beheizt wurde, besteht, wurde bei einem Flüssigkeitsstand von 75% folgende Gleichung zur Berechnung der scheinbaren Wärmeübergangszahl gefunden

$$\alpha_{sch} = 7{,}61 \cdot \dot{q}^{\,0{,}612} \cdot p^{0{,}48} \qquad (4.38)$$

Gültigkeitsbereich: $0{,}1 < p < 1$ bar
Arbeitsmedium Wasser

Schmitz und Bergemann haben Untersuchungen an technischen Verdampfern mit unterschiedlichen scheinbaren Flüssigkeitshöhen durchgeführt. Die Ergebnisse dieser Messungen sind in Abbildung 4.12 dargestellt.

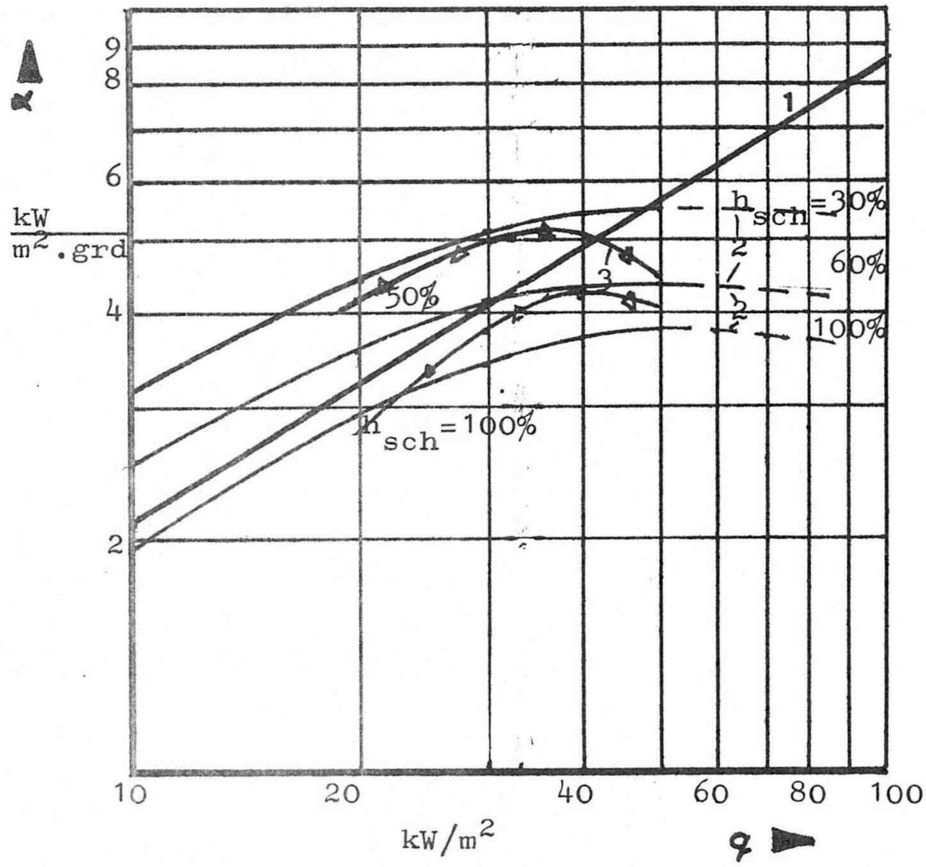


Abb.: 4.12 Wärmeübergangszahlen in Abhängigkeit von der Heizflächenbelastung und dem scheinbaren Flüssigkeitsstand bei 1bar

1. α_{sch} nach Kirschbaum Gl 4.38
2. α_{sch} nach Schmitz gemessen
3. α_{sch} nach Bergemann gemessen

Beispiel: 4.10

Ein Naturumlaufverdampfer bestehe aus 30 Rohren NW 25x2,5 mit einer Länge von 2500mm. Die Siederohre münden in einen Brüdenraum (Trommel). Als unbeheiztes Fallrohr diene ein Rohr NW 50x3,5. Der Verdampfer wird mit 50% scheinbarer Flüssigkeitshöhe betrieben. Im Brüdenraum soll ein Druck von 5bar herrschen. Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden? Welche mittlere Temperaturdifferenz kann zwischen der Rohrwandtemperatur und der Siedetemperatur angenommen werden?

Lösung:

gegeben: p_{sB} = 5bar

n_R = 30

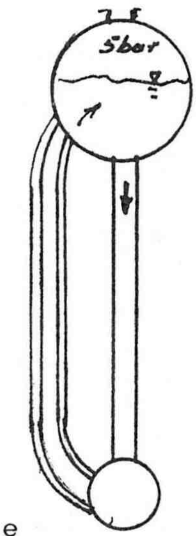
d_{iS} = 0,025m

d_{aS} = 0,03 m

h_{sch} = 50%

l = 2,5m

Es soll die Wärmeübergangszahl auf der Rohrinnenseite (Siedeseite) ermittelt werden.
Es findet Phasenänderung statt!!
Da keine eindeutigen Abhängigkeiten bisher hergeleitet werden konnten, wird der folgende Lösungsweg beschritten. Es ist zu beachten, daß die Ergebnisse mit Vorsicht anzusehen sind. Sie können nur zum groben Abschätzen dienen



Skizze

Heizflächenbelastungen werden vorgegeben.
Die scheinbare Wärmeübergangszahl wird nach der Gleichung (4.38) ermittelt. Diese Ergebnisse gelten nur für einen Druck von 1bar und einer scheinbaren Flüssigkeitshöhe von 75%. Die gewonnenen Ergebnisse werden mit den Messungen von Schmitz und Bergemann (Abb.: 4.12) bei einer scheinbaren Flüssigkeitshöhe von 50% verglichen und aus ihren Verhältniszahlen gebildet.
Sodann wird die scheinbare Wärmeübergangszahl bei einem Druck von 5bar nach Gleichung (4.38) berechnet und mit der soeben gebildeten Verhältniszahl multipliziert.

Heizfläche pro Rohr (innen) $A_{oi} = 0,196 m^2$
Heizfläche pro Rohr (außen) $A_{oa} = 0,236 m^2$

Siedetemperatur bei Trommeldruck p_{sB} = 5bar
(Wasserdampftabellen) $t_s = 151 ^oC$

Heizflächenbelastung gewählt	$\dot{q}$ W/m^2	5000	10000	20000	40000
scheinbare Wärmeübergangszahl nach GL.(4.38) für p=1bar und h_{sch} =75% $\alpha_{sch1/75}$	W/m^2grd	1397	2135	3265	4985
Verhältniszahl $\frac{\alpha_{sch1/50}}{\alpha_{sch1/75}}$	(Abb.:4.12)	1,36	1,32	1,01	0,85
$\alpha_{sch5/75}$	$W/m^2.grd$	3032	4633	7085	10817
$\alpha_{sch5/50}$	$W/m^2.grd$	4124	6116	7156	9194
$\Delta t = \frac{\dot{q}}{\alpha_{sch5/50}}$	^oC	1,21	1,64	2,79	4,35

4.2122 W ä r m e ü b e r g a n g s z a h l bei Verdampfung in senkrechten Rohren bei Zwangsumlaufverdampfern

Bei Zwangsumlaufverdampfern wird der Flüssigkeitskreislauf durch eine Pumpe erzwungen. Bei derartigen Verdampfern kann die Apparategeometrie in weiten Grenzen variiert werden.

Die Berechnung der Wärmeübergangszahlen ist bei diesen Verdampfern einfacher als bei Naturumlaufverdampfern, da die Strömungsgeschwindigkeiten bei Rohreintritt und in den Rohren festgelegt werden kann. Von zwei charakteristischen Wärmeübergangsvorgängen kann bei der Berechnung ausgegangen werden.-entweder im Rohr erfolgt keine Verdampfung, oder im Rohr beginnt die Verdampfung-

Zum Fall 1: Im Rohr erfolgt keine Verdampfung.

Die Flüssigkeitseintrittbedingungen werden so eingestellt, daß keine Verdampfung im beheizten Rohr erfolgt (Druck; Temperatur; Geschwindigkeit). Tritt die Flüssigkeit aus dem Rohr aus, so erfolgt aufgrund der Druckabnahme die Verdampfung. Zur Berechnung der Wärmeübergangszahl können die bekannten Gleichungen zur Berechnung des Wärmeüberganges bei turbulent oder laminar strömenden Flüssigkeiten herangezogen werden.(Gl.:4.7,4.9,4.10, 4.11)

Tritt in dem Siederohr Blasenbildung auf, sind aber die Blasen nicht stabil, sondern zerfallen umgehend, so wird der Wärmeübergang verbessert.

Badger und Mitarbeiter schlagen unter diesen Bedingungen vor, die mit den o.a. aufgeführten Gleichungen gewonnenen Wärmeübergangszahlen mit dem Faktor 1,2 zu multiplizieren. (subcooled boiling)

Zum Fall 2: Im Rohr erfolgt Verdampfung

Wird im Siederohr Dampf gebildet, so tritt dieses an der Stelle ein, an der die Flüssigkeitstemperatur

gleich der zum örtlichen Druck gehörenden Siedetemperatur ist. Bis zur Bildung der ersten stabilen Dampfblase wird die Flüssigkeit vorgewärmt.
Aus Gleichung (4.7) läßt sich unter Berücksichtigung des subcooled boiling folgende Gleichung zur Berechnung des Wärmeübergangs herleiten:

$$Nu = 0{,}039 \cdot Re^{0{,}8} \cdot Pr^{0{,}37} \cdot \left(\frac{d}{L}\right)^{0{,}054} \qquad (4.39)$$

Für den Verdampfungsabschnitt ist bekannt, daß die Wärübergangszahlen größere Werte annehmen. Da bisher keine eindeutigen Abhängigkeiten bestimmt werden konnten, wird auch im Siedebereich der Rohre mit der aus Gleichung (4.39) berechneten Wärmeübergangszahl gerechnet.

Beispiel: 4.11

In einem Zwangsumlaufverdampfer soll Wasser verdampft werden. Der Apparat besteht aus 30 Siederohren NW25x2,5 mit einer Länge von 2500mm. Die Siederohre münden in eine Trommel, in der die Trennung des Dampfes von der Flüssigkeit erfolgt. Durch ein unbeheiztes Fallrohr wird die Flüssigkeit zum unteren Sammler gefördert. In dieser Leitung ist die Pumpe, die den Umlauf bewirkt, angeordnet. Die Flüssigkeitseintrittsgeschwindigkeit in die Siederohre wird mit w = 0,3m/sec angegeben. In der oberen Trommel herrscht ein Druck von 5bar. In den Siederohren sollen sich keine stabilen Dampfblasen bilden können.

Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?

Lösung:

p_{sB} = 5bar

n_R = 30 $\quad w = 0,3 \frac{m}{sec}$

d_{is} = 0,025m

d_{as} = 0,03 m

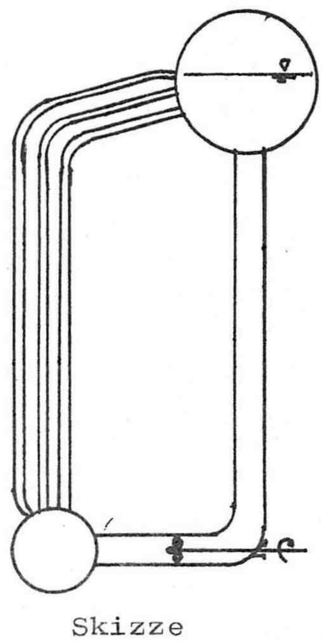
h_{sch} = 100%

l = 2,5m

Es soll die Wärmeübergangszahl von einer Rohrwand an Wasser in einem Zwangsumlaufverdampfer bestimmt werden.

In den Siederohren sollen keine stabilen Dampfblasen gebildet werden.

Für subcooled boiling kann nach Gleichung (4.39) gerechnet werden:



Skizze

$$Nu = 0,039 . Re^{0,8} . Pr^{0,37} . \left(\frac{d}{L}\right)^{0,054}$$

$$Re = \frac{w \ . \ d}{\nu} = \frac{0,3 \ . \ 0,025}{0,202 . 10^{-6}} = 3,7 . 10^4$$

$$Pr = 1,17$$

$$Nu = 0,039 . 37000^{0,8} . 1,17^{0,37} . \left(\frac{0,025}{2,5}\right)^{0,054}$$

$$Nu = 0,039 . 4514 . 1,06 . 0,78 = 1456$$

$$\alpha = \frac{Nu . \lambda}{d} = \frac{1456 \ . \ 0,683}{0,025} = 39900 \ W/m^2 . grd$$

Aufgabe: 4.22

In einem Großwasserraumkessel mit Unterfeuerung sollen stündlich 500kg Sattdampf bei einem Druck von 4bar erzeugt werden. Die Kesselheizfläche wird mit $2{,}5 m^2$ angenommen.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?
Wie groß ist die Heizflächenbelastung?
Mit welcher Kesselwandtemperatur muß gerechnet werden?

Aufgabe: 4.23

Wie groß ist die erforderliche Wärmestromdichte (Heizflächenbelastung), wenn Wasser bei einem Druck von $p = 1 bar$ siedet und die Temperatur der Heizfläche $t_W = 112°C$ beträgt?

Aufgabe: 4.24

Ein Verdampfer, der im Naturumlauf betrieben wird, besteht aus 15Rohren NW30x3 mit einer Länge von 1,5m. Die Siederohre münden in einen oberen Brüdenraum. Durch ein unbeheiztes Fallrohr mit sehr großem Durchmesser ist die obere Trommel mit dem unteren Verteiler verbunden. Im Kesselsystem sollen stündlich 36,5kg Sattdampf bei einem Druck von 6bar erzeugt werden. In den Verdampferrohren kann mit einem scheinbaren Flüssigkeitsstand von 80% gerechnet werden.
Mit welcher Rohrwandtemperatur muß gerechnet werden?

Aufgabe: 4.25

Mit einem Zwangsumlaufverdampfer soll Wasser bei einem Druck von 17bar verdampft werden. Der Verdampfer besitzt 40 Siederohre NW30x3 mit einer Länge von 4,5m. Die Siederohre münden in eine obere Kesseltrommel. Durch unbeheizte Fallrohre gelangt die Flüssigkeit zum unteren Verteiler. In den Verdampferrohren kann mit einer Flüssigkeitseintrittsgeschwindigkeit von 0,4m/sec gerechnet werden. Im oberen Teil der Siederohre findet eine Blasenverdampfung statt.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?

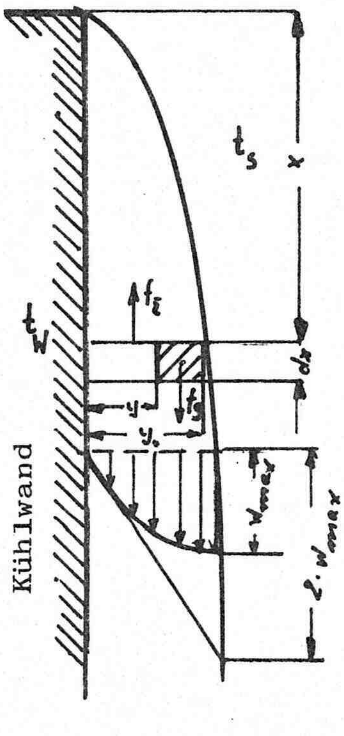
4.22 W ä r m e ü b e r g a n g s z a h l bei Kondensation

Unter Kondensation wird ein Phasenumwandlungsvorgang verstanden, bei dem sich ein in einem Raum befindlicher Dampf an Wänden oder an Rohren niederschlägt, wenn diese eine Oberflächentemperatur besitzen, die unter der Sättigungstemperatur des Dampfes liegt.
An der Wandoberfläche kommt es dann zur Verflüssigung.
Die Flüssigkeit läuft oder tropft von der Kühlfläche ab.
Bei der Berechnung des Wärmeüberganges bei Kondensationsvorgängen ist es von Bedeutung, ob die Kühlfläche mit dem Kondensat benetzt oder nicht.Es wird daher auch zwischen Film- und Tropfenkondensation unterschieden. Es ist außerdem von Bedeutung, ob derDampf in Ruhe ist oder sich bewegt. Darüberhinaus muß berücksichtigt werden, ob sich in der gasförmigen Phase neben dem kondensierenden Dampf noch nicht kondensierende Gase befinden.

4.221 W ä r m e ü b e r g a n g s z a h l bei der Kondensation von reinem, ruhenden Dampf

Da eine Tropfenkondensation technisch sehr schwierig zu verwirklichen ist und deshalb nur sehr selten vorkommt, wird hier nur die Filmkondensation betrachtet.
Der auf der Kühlfläche kondensierende Dampf bildet einen zusammenhängenden Kondensatfilm auf der Kühlfläche.
Nußelt hat den Wärmeübertragungsvorgang theoretisch berechnet. Die mathematischen Zusammenhänge finden sich in der Nußeltschen Wasserhauttheorie.
Für die Beschreibung des Filmkondensationsvorganges nach der Wasserhauttheorie wird von folgenden Voraussetzungen ausgegangen:

1. die Kühlwand hat eine konstante Wandtemperatur;
2. die Kühlwand hat eine glatte Oberfläche;
3. die Kühlwand steht senkrecht, so daß der Kondensatfilm unter dem Einfluß der Erdanziehung an der Wand abläuft;
4. der Dampf ist reiner Sattdampf;
5. der Dampf befindet sich in Ruhe;
6. der Dampf enthält keine nichtkondensiebaren Gase;
7. es bildet sich ein laminarer Kondensatfilm;
8. das Kondensat ist eine reine Newtonsche Flüssigkeit;
9. der Kondensatfilm besitzt eine glatte Oberfläche;
10. der Kondensatfilm haftet an der Kühlwand, er benetzt die Kühlwand vollkommen, die Trägheits- und Reibungskräfte können vernachlässigt werden;
11. der Auftrieb kann vernachlässigt werden;
12. die Schubspannung des Dampfes an der Grenzfläche kann vernachlässigt werden;
13. die Sattdampf- und die Kühlwandtemperatur sind Konstant;
14. alle Stoffwerte sind konstant;
15. die Unterkühlungsenthalpie des Kondensats im Kondensatfilm ist gering gegenüber der Verdampfungsenthalpie;
16. der Wärmewiderstand wird nur durch den Kondensatfilm hervorgerufen;



Die Berechnung erfolgt mit den in der nebenstehenden Abbildung gegebenen Angaben (siehe hierzu Abb.: 4.13).

Die Kühlwand dehnt sich senkrecht zur Bildebene um 1 m aus. Betrachtet wird das Volumenelement $dx.(y_o-y)$ des Kondensatfilmes.

$$V_{elem} = (y_o-y).dx.1 \qquad (4.40)$$

Dieses Element besitzt die Masse:

$$m_{elem} = \rho_K.(y_o-y).dx.1 \qquad (4.41)$$

Abb.: 4.13 Kondensatfilm, der an einer Kühlwand abläuft

Bedingt durch die Erdanziehung ergibt sich eine Gewichtskraft

$$f_{g_{elem}} = \varrho_K . g . (y_o - y) . dx . 1 \qquad (4.42)$$

Diese Kraft befindet sich im Gleichgewicht mit der Schubkraft

$$f_\tau = \tau . dx . 1 \qquad (4.43)$$

$$f_{g_{elem}} = f_\tau$$

$$\varrho_K . g . (y_o - y) . dx . 1 = \tau . dx . 1 \qquad (4.44)$$

Entsprechend dem Newtonschen Ansatz ist die Schubspannung

$$\tau = \eta . \frac{dw}{dy} \qquad (4.45)$$

$$\eta . \frac{dw}{dy} . dx = \varrho_K . g . (y_o - y) . dx$$

$$dw = \frac{\varrho_K . g}{\eta} . (y_o - y) . dy \qquad (4.46)$$

$$w = \frac{\varrho_K . g}{\eta} . (y_o . y - \frac{y^2}{2}) \qquad (4.47)$$

Folgende Randbedingungen müssen gelten:

für $y = y_o$ wird $w = w_{max}$

$$w_{max} = \frac{\varrho_K . g}{2 . \eta} . y_o^2 \qquad (4.48)$$

Da laminare Strömung vorausgesetzt werden soll, kann für die Geschwindigkeitsverteilung mit einem parabolischen Verlauf gerechnet werden.

Für die mittlere Geschwindigkeit kann dann eingesetzt werden:

$$\bar{w} = \frac{2}{3} . w_{max} = \frac{\varrho_K . g . y_o^2}{3 . \eta} \qquad (4.49)$$

Damit ergibt sich die Kondensatstrommasse pro Zeit- und Breiteneinheit $\dot{m}$:

$$\dot{m} = \bar{w} . y_o . \varrho_K = \frac{\varrho_K^2 . g . y_o^3}{3 . \eta} \qquad (4.50)$$

oder

$$d\dot{m} = \frac{\varrho_K^2 . g . y_o^2}{\eta} . dy_o$$

Die Kondensatmasse $d\dot{m}$, die auf der Strecke dx dem Kondensatfilm zufließt, ist kondensierender Dampf. Demnach muß es mit einem Energieansatz gelingen, diese Dampfmasse auszudrücken.

$$d\dot{q} = r.d\dot{m} \tag{4.51}$$

Die zur Kondensation der Dampfmasse $d\dot{m}$ abzuführende Wärme muß durch Leitung durch den Kondensatfilm transportiert werden.

$$d\dot{q} = \lambda_K . \frac{t_s - t_W}{y_o} .dx \tag{4.52}$$

Durch Gleichsetzen dieser beiden Gleichungen und auflösen nach $d\dot{m}$ ergibt sich:

$$d\dot{m} = \frac{d\dot{q}}{r} = \lambda_K . \frac{t_s - t_W}{r.y_o} .dx \tag{4.53}$$

Durch Gleichsetzen der Gleichungen 4.50 und 4.53 ergibt sich:

$$\frac{g.r.\varrho_K^2.y_o^3}{\lambda_K.\eta_K(t_s - t_W)} .dy_o = dx \tag{4.54}$$

Eine Integration dieser Gleichung ergibt unter Berücksichtigung folgender Randbedingungen: x=0 - y=0

$$y_o = \left[\frac{4.\lambda_K.\eta_K(t_s - t_W)}{g.r.\varrho_K^2}\right]^{1/4} .x^{1/4} \tag{4.55}$$

Damit ergibt sich die lokale Wärmeübergangszahl zu:

$$\alpha = \frac{\lambda}{y_o} = \left[\frac{g.r.\varrho_K^2.\lambda_K^3}{4.\eta_K.(t_s - t_W)}\right]^{1/4} .x^{-1/4} \tag{4.56}$$

Über die gesamte Kühlwandhöhe ergibt sich demnach als mittlere Wärmeübergangszahl: x = H

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{H}\int_o^H .dx = \frac{4}{3}\,|\alpha|_{x=H} = \frac{4}{3}\left[\frac{g.r.\varrho_K^2.\lambda_K^3}{4.\eta_K.(t_s - t_W)}\right]^{1/4} . \frac{1}{H^{1/4}} \tag{4.57}$$

$$\alpha = 0{,}943.\sqrt[4]{\frac{g.r.\varrho'^2.\lambda'^3}{\eta'.H.(t_s - t_W)}}$$

$$\alpha = 0{,}943 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \varrho' \cdot \lambda'^3}{\nu' \cdot H \cdot (t_s - t_W)}} \qquad (4.58)$$

Für den Wärmeübergang bei der Kondensation von ruhendem Dampf an waagerechten Rohren fand Nußelt.

$$\alpha \cong 0{,}77 \cdot \alpha_{senk} \cdot \sqrt[4]{\frac{H}{d}} \qquad (4.59)$$

Dabei wird als längenspezifische Größe der Außendurchmesser eingesetzt.

$$\alpha = 0{,}726 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \varrho' \cdot \lambda'^3}{\nu' \cdot d \cdot (t_s - t_W)}} \qquad (4.60)$$

In den Gleichungen 4.58 und 4.60 bedeuten:

g	m/sec^2	örtliche Erdbeschleunigung
r	W.sec/kg	Verdampfungsenthalpie bei der Siedetemperatur des Sattdampfes
ϱ'	kg/m^3	Dichte des ablaufenden Kondensats bei der mittleren Kondensattemperatur
λ'	W/m.grd	Wärmeleitzahl des Kondensats bei der mittleren Kondensattemperatur
ν'	m^2/sec	kinematische Viskosität des Kondensats bei der mittleren Kondensattemperatur
t_s	^oC	Siedetemperatur des Sattdampfes
t_W	^oC	Kühlwandtemperatur
H	m	Kühlwandhöhe
d	m	Rohraußendurchmesser
t_{Bezug}	^oC	Mittlere Kondensatfilmtemperatatur $t_{Bezug} = \frac{t_s + t_W}{2}$

Diese von Nußelt theoretisch hergeleiteten Gleichungen wird durch eine Vielzahl von Messungen bestätigt. Eine Reihe von Meßergebnissen deutet darauf hin, daß die errechnete Wärmeübergangszahl bei Filmkondensation erheblich geringer ist als die aus den Meßergebnissen ermittelte.

Es muß also geprüft werden, ob die zur Herleitung der Gleichung 4.57 getroffenen Voraussetzungen gelten. Aus der Berechnung des Wärmeüberganges bei Rohrströmungen ist bekannt, daß die Nußeltsche Kennzahl und damit auch die Wärmeübergangszahl eine Funktion der Reynoldsschen Kennzahl ist.

Es muß demnach auch für Filmströmungen eine die Strömungsverhältnisse beschreibende Kennzahl ermittelt werden.

Brauer hat eingehende Untersuchungen über den Wärmeübergang an Kühlflächen durchgeführt. Bei diesen Analysen hat er die Rynoldssche Kennzahl für Rieselfilme in Übereinstimmung mit anderen Autoren wie folgt definiert:

$$Re = \frac{w \cdot y_o}{\nu'} \tag{4.61}$$

Darin bedeuten:

w	m/sec	mittlere Strömungsgeschwindigkeit des Kondensatfilms
y_o	m	Kondensatfilmdicke
ν'	m^2/sec	kinematische Viskosität des Kondensats

Brauer kommt zu folgendem Ergebnis:

$0 < Re < 200$ laminare Filmströmung
Bereich, in dem die Nußeltsche Filmtheorie gilt (Gl. 4.58)

$200 < Re < 400$ Übergangsgebiet

$$\alpha = 3{,}76 \cdot \sqrt[4]{\frac{\lambda'^5 \cdot (t_s - t_W) \cdot g^{10/3} \cdot H}{(w^+)^5 \cdot r \cdot \rho' \cdot \nu'^{8/3}}} \tag{4.62}$$

$400 < Re$ Bereich mit turbulenter Filmströmung

$$\alpha = 0{,}653 \cdot \frac{\lambda'}{w+} \left(\frac{g^2}{\nu'}\right)^{1/3} \cdot f(Re) \tag{4.63}$$

$$f(Re) = \frac{Re}{Re^{3/5} - \frac{1}{4} \cdot Re_{krit}^{3/5}}$$

Darin bedeuten:

$Re_{krit} = 400$	kritische Reynolds-Zahl
Re	wird bezogen auf den Massenstrom an Kondensat am Kühlwandende

Re — Reynolssche Kenngröße des Flüssigkeitsfilmes. Es sind als Bezugsbedingungen die Strömungsbedingungen am Fuß der Kühlwand einzusetzen.

w^+ m/sec — Grenzgeschwindigkeit , d.h. die maximale Geschwindigkeit im laminaren Grenzschichtbereich
Brauer errechnet die Geschwindigkeit $w^+ = 0{,}76$ m/sec. Er ist der Ansicht, daß diese Geschwindigkeit für alle Flüssigkeiten gleich ist.
Gregorig berechnet eine kritische Geschwindigkeit $w_{max/lam/krit}$ für die kritische Re-Zahl (Re = 400)
Er errechnet für Wasser bei einem Druck von p = 0,981 bar
$w_{max/lam/krit} = 0{,}804$ m/sec.

$$w^+ = w_{max/lam/krit} \cdot \psi(Re)$$

λ' W/m.ged — Wärmeleitzahl des Kondensatfilms

ϱ' kg/m³ — Dichte des Kondensatfilmes

ν' m²/sec — kinematische Viskosität des Kondensatfilms

H m — Kühlwandhöhe

r W.sec/kg — Verdampfungsenthalpie

g m/sec² — örtliche Erdbeschleunigung

Bezugstemperatur für die stoffspezifischen Daten des Kondensatfilmes ist die mittlere Kondensatfilmtemperatur

$$t_{Bezug} = \frac{t_s + t_W}{2}$$

t_s °C — Sättigungstemperatur des Sattdampfes

t_W °C — Kühlwandtemperatur

Sind in einem Kondensator die Rohre, an denen der Dampf kondensieren soll, weder waagerecht noch senkrecht angeordnet, so kann die Wärmeübergangszahl als Funktion der Wärmeübergangszahl eines senkrecht stehenden Rohres und des Winkels, den das Rohr mit der Horizontalen bildet, berechnet werden.

$$\alpha_< = \alpha_{senkr.} \cdot \sqrt[4]{\sin\beta} \qquad (4.64)$$

α_{senkr} — siehe Gleichungen 4.58, 4.62, 4.63

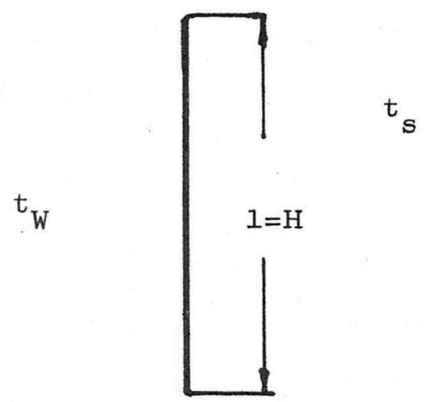
β — Winkel der Rohrachse gegen die Horizontale

Werden mehrere waagerechte Rohre zu einem Rohrregister zusammengefaßt, so daß Rohre senkrecht übereinanderliegen, so ist zu erwarten, daß die Wärmeübergangszahl an dem unteren Rohr durch das vom oberen Rohr abtropfende Kondensat beeinflußt wird.
Messungen haben ergeben, daß diese Einflüsse auf die Wärmeübergangszahlen kaum einen Einfluß haben, denn das von den oben liegenden Rohren abtropfende Kondensat erhöht zwar den Kondensatfilm der darunter liegenden Rohre führt aber gleichzeitig zu einer intensiveren Durchmischung des Filmes an den unteren Rohren, so daß der Nachteil der größeren Filmdicke kompensiert wird.
Die Gleichungen 4.57, 4.62 und 4. 63 finden ebenso Anwendung bei der Berechnung des Wärmeübergangs bei der Filmkondensation von ruhenden Sattdampf in Rohren. Die Dampfgeschwindigkeit darf auch in diesem Fall 5m/sec nicht übersteigen. Außerdem ist darauf zu achten, daß der Rohrinnendurchmesser ausreichend ist, so daß sich ein Kondensatfilm ausbilden kann.

Beispiel: <u>4.12</u>

An der Behälterwand eines großen Behälters kondensiert wasserdampf. Die Behälterwand ist 1,5m hoch und hat eine Oberflächentemperatur von 40°C. Der Wasserdampf in diesem Behälter steht unter einem Druck von 2bar. Es kann davon ausgegangen werden, daß die Strömungsgeschwindigkeit des Wasserdampfes sehr gering ist.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?

Lösung:
p_s = 2bar
H = 1,5m
t_W = 40°C
Es soll die Wärmeübergangszahl an einer ebenen senkrechten Wand, an der Wassersampf kondensiert, berechnet werden. Bei der Berechnung kann von ruhendem Wasserdampf-ausgegangen werden.



Skizze

Lösungsweg:
1. Strömungsform- turbulente oder laminare Strömung
   Filmdicke am Kühlwandende
   mittlere Geschwindigkeit am Kühlwandende
   Reynoldssche Kennzahl am Kühlwandende
2. Wärmeübergangszahl

Stoffspezifische Daten des Wasserdampfes
p_s = 2bar t_s = 120,23°C siehe Sattdampf-
  r^s = 2200,1 kJ/kg tabellen

Stoffspezifische Daten des Kondensatfilmes
Alle stoffspezifischen Daten des Kondensatfilmes beziehen sich auf die mittlere Kondensatfilmtemperatur.

$$t_{Bezug} = \frac{t_s + t_W}{2} = 80,12°C$$

ρ' = 971,8 kg/m³
λ' = 0,669 W/m.grd
ν' = 0,365.10⁻⁶m²/sec

Filmdicke am Kühlwandende 4.55

$$y_o = \left[\frac{4 . \lambda' . \nu' . (t_s - t_W)}{g . r . \rho'^2}\right]^{1/4} . h^{1/4}$$

$$y_o = 0,274 . 10^{-3} \text{ m}$$

Maximale Geschwindigkeit im Strömungsprofilm am Rohrwandende 4.48

$$w_{max} = \frac{\varrho' . g}{2 . \eta'} . y_o^2$$

$$w_{max} = 1{,}01 \text{ m/sec}$$

Stellt sich ein laminares Strömungsprofil im Kondensatfilm ein, so muß mit der mittleren Geschwindigkeit gerechnet werden $\bar{w} = \frac{2}{3} . w_{max}$. Ergibt sich ein turbulentes Strömungsprofil so kann mit der maximalen Geschwindigkeit gerechnet werden.

Re-Zahl: 4.61

$$Re = \frac{w . y_o}{\nu'}$$

mit $w = \bar{w}$ ergibt sich: Re = 505 d. h. es handelt sich um eine turbulente Strömung im Kondensatfilm.

$$Re = 758$$

Wärmeübergangszahl 4.63

$$\alpha = 0{,}653 . \frac{\lambda'}{w^*} . \left(\frac{g^2}{\nu'}\right)^{1/3} . f(Re)$$

$$f(Re) = \frac{Re}{Re^{3/5} - \frac{1}{4} . Re_{krit}^{3/5}}$$

$$f(Re) = 17{,}1$$

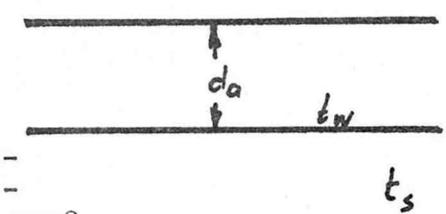
$$\alpha = 6303 \text{ W/m}^2\text{.grd}$$

Beispiel: 4.13

In einem großen Behälter befindet sich Wasserdampf unter einem Druck von 1,5 bar. Der Wasserdampf bewegt sich kaum. Durch den Behälter wird ein Rohr geführt, dessen Wandtemperatur mit 20°C angegeben wird. Das Rohr hat einen äußeren Durchmesser von 50mm und eine Länge von 2,5m.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann gerechnet werden?

Lösung:

p_s = 1,5bar
d_a = 0,05m
l = 2,5m
t_W = 20°C



Skizze

Es soll die Wärmeübergangszahl bei der Kondensation von Wasserdampf an waagerechten Rohren berechnet werden. Bei der Berechnung kann davon ausgegangen werden, daß der Dampf als ruhend anzusehen ist.

Lösungsweg:
Lösung erfolgt nach Gleichung 4.60

$$\alpha = 0{,}726 \cdot \sqrt[4]{\frac{g \cdot r \cdot \varrho' \cdot \lambda'^3}{\nu' \cdot d \cdot (t_s - t_W)}}$$

Stoffspezifische Daten des Sattdampfes:

$p = 1{,}5\,\text{bar}$; $t_s = 111{,}37\,^\circ\text{C}$

$r = 2224{,}7\ \text{kJ/kg}$

Stoffspezifische Daten des Kondensats:

Bezugstemperatur = mittlere Kondensattemperatur

$$t_{Bezug} := \frac{t_W + t_s}{2} = 65{,}7\,^\circ\text{C}$$

$\varrho' = 980{,}1\ \text{kg/m}^3$

$\lambda' = 0{,}658\ \text{W/m.grd}$

$\nu' = 0{,}44 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2/\text{sec}$

$\alpha = 5387\ \text{W/m}^2\text{.grd}$

Aufgabe: 4.26

In einem Kondensator mit senkrecht stehenden Rohren werden stündlich m_1 kg Sattdampf mit einem Druck von 1,013bar kondensiert. Der gleiche Kondensator soll für die Kondensation von Benzoldampf bei 100°C benutzt werden.
Um wieviel Prozent ändert sich die Kondensatmasse, wenn die Rohrwandtemperatur in beiden Fällen 20°C beträgt?
Für die Berechnung kann Kondensation aus ruhendem reinen Dampf ausgegangen werden. Außerdem soll angenommen werden, daß sich auf den Rohren ein laminarer Kondensatfilm bildet.

Aufgabe: 4.27

Im Kondensator einer Produktionsanlage sollen stündlich 0,5t Sattdampf bei einem Druck von 0,06bar kondensiert werden. Zur Kondensation steht Kühlwasser mit einer Durchschnittstemperatur von 14°C zur Verfügung, das auf 26°C aufgeheizt wird. Der Kondensator besitzt 70 waagerechte, versetzt angeordnete Messingrohre NW20 mit 2,5mm Wandstärke. Die Dampfgeschwindigkeit liegt unter 5m/sec.
Welche Rohrlänge muß der Apparat haben?

Aufgabe: 4.28

In einem 0,8m langen, senkrecht stehenden Kupferrohr, dessen Außendurchmesser 60mm und dessen Innendurchmesser 54mm beträgt, siedet eine Flüssigkeit bei einer Temperatur von 110°C. Das Rohr wird von Außen durch kondensierenden Wasserdampf (Sattdampf) beheizt. Der Sattdampfdruck beträgt 2bar.
Welche Wandtemperatur stellt sich ein?
Bei der Berechnung kann angenommen werden, daß der Temperaturabfall in der Rohrwand aufgrund der guten Wärmeleitzahl von Kupfer vernachlässigbar klein ist.
Die Wärmeübergangszahl an der Rohrinnenseite kann mit 4700 W/m^2.grd angenommen werden!

Aufgabe: 4.29

In einem Kondensator soll Wasserdampf niedergeschlagen werden. Der Kondensator hat versetzt angeordnete Kühlrohre, die von Kühlwasser durchströmt sind, die Kühlrohre haben eine Länge von 4m, eine Nennweite von 25mm und eine Wandstärke von 2,5mm. Der Kondensator ist gegen die Senkrechte um 60° geneigt. Der Wasserdampf hat eine Temperatur von 43,79°C und demnach einen Druck von 0,09bar. Die Wandtemperatur kann auf durchschnittlich 33°C gehalten werden.
Mit welcher Wärmeübergangszahl kann auf der Kondensatseite gerechnet werden?

4.222 W ä r m e ü b e r g a n g bei Filmkondensation von bewegtem, reinem Sattdampf

Überschreitet die Dampfgeschwindigkeit im Kondensator 5m/sec so können die Schubkräfte an der Phasengrenzfläche zwischen Kondensatfilm und Sattdampf nicht mehr vernachlässigt werden. Es ist zu erwarten, daß aufgrund dieser Kräfte der Umschlag von laminarem in turbulenten Kondensatfilm bei sehr viel geringeren Reynolds'schen-Kennzahlen erfolgen wird.
Untersucht wurde dieser Einfluß bei Kondensatfilmen an senkrecht stehenden Platten und Rohren. Bei den Messungen wird davon ausgegangen, daß Kondensatfilm und Dampfströmungsrichtung gleich sind.
Folgende drei Zonen lassen sich feststellen:

1. An der Kühlwand bildet sich ein dünner laminarer Kondensatfilm. Der Dampfstrom beeinflußt den Kondensatfilm an der Grenzfläche durch starke Schubkräfte.
2. Durch die Kondensation nimmt die Dampfmasse ab, so daß sich auch die Dampfgeschwindigkeit verringern muß. Es wird ein turbulenter Kondensatfilm gebildet. Die Schubkräte des Dampfes auf den Kondensatfilm sind noch von erheblicher Bedeutung.
3. Durch die Kondensation des Dampes sinkt der Dampfmassenstrom und damit die Dampfgeschwindigkeit, so daß die Schubkräfte an der Grenzfläche so gering sind, daß diese den Kondensatfilm nicht mehr beeinflussen.
   Der Kondensatfilm ist turbulent.

Bereits Nußelt hat die Kondensathauttheorie auf diesen Fall ausgedehnt. Bei laminarem Flüssigkeitsfilmstrom und einer mittleren Dampfgeschwindigkeit kam er zu folgender Gleichung:

$$\alpha = 0{,}943 \cdot \sqrt[3]{\frac{\lambda'^2 \cdot r}{\nu' \cdot H \cdot (t_s - t_W)} \cdot \zeta \cdot \frac{\varrho''}{2} \cdot w''^2} \qquad (4.65)$$

Die stoffspezifischen Daten des Kondensats werden auf die mittlere Kondensatfilmtemperatur bezogen.

λ'	W/m.grd	Wärmeleitzahl des Kondensats
ν'	m^2/sec	kinematische Viskosität des Kondensats